



گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

آزمون ماز | پایه دوازدهم



مرور و تثبیت مباحث پایه



ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۵

دفترچه پاسخ

پنجشنبه ۲۷ شهریورماه ۱۴۰۴

✓ پاسخنامه سریع؛ برای بررسی فوری بعد از آزمون

✓ تحلیل تمام گزینه‌های هر سؤال؛ برای بررسی سؤالاتی که پاسخ نادرست داده‌اید

✓ نکات و درسنامه‌های آموزشی؛ برای یادگیری کامل مباحث هر سؤال

✓ مشاوره تستی؛ برای یادگیری انواع روش‌های حل تست

✓ استراتژی آزمون؛ برای یادگیری مدیریت زمان و مدیریت جلسه آزمون

دِرس	مَسْئُول دِرس	طِراحان	وِیرا سِتان
ریاضیات	حسین شفیع زاده سید جواد نظری مهرداد کیوان	مهرداد کیوان – حسین شفیع زاده سید جواد نظری – محمد خانگلدی کاظم اجلالی – محمد پور سعید محمد رضا حسینی فرد – سوگند روشنی کیوان دارابی – رسول حاجی زاده	مهرداد اسپیدکار مأده بادان فیروز فؤاد خیر آبادی
فیزیک	سجاد صادقی زاده	سجاد صادقی زاده – محمد جواد سورچی حسین عبدوی نژاد – مجید رجبی وندچالی مهدی پارسا – ارسلان رحمانی – محمد باغبان محسن قندچلر – آروین صالحی	حنا خلعتبری
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد – علی ترابی مهسا بایمانی نژاد – عالیہ میرزایی فرهنگ امیری – بنیامین بهرامی حسین ایروانی – سعیده محبی	محمد رضا جمشیدی ماهان فرهنگدفر سجاد سیف‌اللهی



یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین. راستی! حتماً در نظرسنجی آزمون شرکت کنین و نظرات و پیشنهاداتتون رو برامون بنویسین.

اتفاقات شناختی احتمالی در جلسه آزمون و راه‌های مدیریت آن

اتفاقات شناختی چیزایی هستن که مستقیم با یادگیری و مغزت در ارتباطن؛ مثل حافظه، تمرکز، تصمیم‌گیری و این اتفاقات ممکنه برای هر کسی توی جلسه کنکور رخ بدن. فرق رتبه‌برترها با بقیه در این نیست که براشون پیش نیاد، بلکه در اینه که بلدن چطور مدیریتش کنن.

اینجا ۵ اتفاق مهم رو بررسی می‌کنیم و برای هر کدوم، هم **راه‌حل فوری** (توی همون لحظه) می‌گیم، هم **راه‌حل مهارتی** (با تمرین قبل از کنکور).

۱ فراموشی آنی (احساس خالی شدن ذهن)

ناگهان حس می‌کنی همه‌چی یادت رفته. حتی ساده‌ترین فرمول‌ها برات غریبه می‌شن. این حالت بیشتر به خاطر اضطراب و ترشح آدرنالینه که حافظه کوتاه‌مدت رو موقتاً مختل می‌کنه.

چطور مدیریتش کنم؟

- **نفس عمیق:** مداد رو بذار زمین، چشمتو ببند و ۳ تا ۵ بار عمیق نفس بکش.
- **تغییر موقت:** از اون سؤال بگذر و یکی آسون‌تر رو جواب بده تا اعتماد به نفس برگرده.
- **یادآوری زمینه‌ای:** سعی کن موقعیت مطالعات رو به یاد بیاری (مثلاً پشت میزت یا کتابخونه). این تصویر گاهی جرقه یادآوری رو می‌زنه.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با کاهش استرس. استرس مثل تاریکی باغه: وقتی چیزی رو نمی‌بینی، هر صدایی برات ترسناک میشه. ولی اگه چراغی همراهت باشه، ترست می‌ریزه. مسیر کنکور هم برای خیلی‌ها تاریک و مبهمه، اما ما توی ماز سعی کردیم چراغ دستت بدیم تا راهو ببینی. چون این مسیر رو هم خودمون رفتیم، هم بارها با بچه‌ها طی کردیم و می‌دونیم ته باغ به یه کلبه روشن و گرم می‌رسی.

۲ حواس‌پرتی و کاهش تمرکز

وسط حل سؤال، فکرت می‌ره سمت نتیجه کنکور، سؤال قبلی، یا حتی صدای سالن.

چطور مدیریتش کنم؟

- **تکنیک "اینجا و اکنون":** به خودت بگو «فقط همین یک سؤال مهمه».
- **یادداشت کردن:** اگه فکری ذهنتو درگیر کرد، یه کلمه کلیدی حاشیه دفترچه بنویس و بذار بعداً برگردی سراغش.

چیکار کنم پیش نیاد؟

با تکنیک رکورد زدن. به جای اینکه بگی «من تمرکز ندارم»، مدت تمرکزت رو مثل رکورد ورزشی بالا ببر. امروز ۱۰ دقیقه، فردا ۱۵، بعد ۲۰ و توقع یک‌باره یک ساعت تمرکز نداشته باش.

یهو ذهنت می‌ره سمت بدترین سناریو: «اگه این تستو غلط بزنی چی؟»، «رتبه‌م خراب میشه».

چطور مدیریتش کنم؟

■ **توقف فکر:** توی ذهنت محکم بگو «بسه!».

■ **جایگزینی افکار:** بگو «حتی رتبه یک هم همه رو درست نزد»، یا «این فقط یه مسابقه‌ست».

■ **تمرکز روی فرآیند:** به جای رتبه، حواستو بذار روی کار درست: خوندن دقیق، مدیریت زمان، حل مرحله به مرحله.

چیکار کنم پیش نیاد؟

کتابای انگیزشی بخون، روش مطالعات رو اصلاح کن و به جای غرغر، دنبال راه حل باش.

چند سؤال سخت پشت سر هم

۴

یهو چندتا سؤال میاد که نمی‌تونی جواب بدی. روحیات می‌ریزه.

چطور مدیریتش کنم؟

■ **پیچ انتظار رو تنظیم کن.** یعنی از قبل بدون که ممکنه چند سؤال سخت پشت سر هم بیاد. وقتی آمادگی داری، دیگه غافلگیر نمی‌شی.

چیکار کنم پیش نیاد؟

این اتفاق برای همه می‌افته. حتی رتبه ۱ سال ۱۳۸۸، هفت سؤال اول کنکورشو نتونست جواب بده! ولی چون مدیریت کرد، در نهایت رتبه ۱ شد. پس بدون این شرایط طبیعیه.

خستگی و تحلیل رفتن ذهن

۵

در ساعات پایانی، مغزت کم‌کم خسته میشه. سرعتت میاد پایین و بی‌دقتی زیاد میشه.

چطور مدیریتش کنم؟

■ **استراحت میکرو:** چشمتو ببند، یه کم کشش انجام بده، آب بخور.

■ **تقویت انرژی:** یه خوراکی شیرین مثل خرما یا شکلات بخور.

■ **تغییر وضعیت بدن:** صاف بشین، شونه‌ها عقب. این حالت هوشیاری میاره.

چیکار کنم پیش نیاد؟

تمرین! توی آزمونای آزمایشی ماز، نشستن سه ساعته رو بارها تجربه می‌کنی. مدرسه معمولاً امتحان طولانی نداره، پس لازمه خودتو به این شرایط عادت بدی. حتی با لباس رسمی و صندلی شبیه‌سازی کن تا بدن و مغزت روز کنکور آماده باشن.

جمع‌بندی آخر...

بادت باشه همه داوطلب‌ها این حس‌ها رو تجربه می‌کنن؛ تفاوت در اینه که بعضیا بلدن مدیریتش کنن و بعضیا نه. لکچر جنگ (پی احساس بودن) نیست؛ هنر کنترل احساساته. تو ماه‌ها برای این روز تمرین کردی، الان وقتشه به خودت و تجربیاتت اعتماد کنی. هر بار که بگی از این موقعیت‌ها پیش لومده به باد پیاز (این اتفاق واسه همه هست، اما من آماده‌ام).



برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QRcode بالا را اسکن کنید!
یا بر روی لینک زیر کلیک کنید!

پاسخنامه ویدئویی آزمون

بودجه‌بندی
این آزمون

ریاضی پایه: مجموعه، الگو و دنباله
(ریاضی ۱: صفحه‌های ۲ تا ۲۷، حسابان ۱: صفحه‌های ۱ تا ۶)
هندسه ۲: روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۵۹ تا ۷۴
آمار و احتمال: آمار استنباطی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

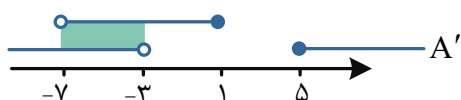
سهم در
کنکور

ریاضی پایه: ۱ تست از ۱۴ تست کنکور
هندسه ۲: ۲ تست از ۴ تست کنکور
آمار و احتمال: از این مبحث به طور مستقیم تستی در کنکور طرح نشده است.

۱- اگر $A = [-3, 5]$ و مجموعه اعداد حقیقی را مرجع در نظر بگیریم، آن گاه مجموعه $A' \cap (-7, 1]$ شامل چند عدد صحیح است؟
۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳



مجموعه‌های A' و $(-7, 1]$ را روی محور نمایش می‌دهیم:

در نتیجه اشتراک دو بازه به صورت $(-3, 1]$ می‌باشد، که شامل سه عدد صحیح است.



بازه

زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی که مشخص‌کننده یک قطعه از محور اعداد حقیقی باشد را «بازه» می‌گویند. گاهی به جای واژه «بازه» از واژه «فاصله» استفاده می‌کنیم.

بازه‌ها نوعی مجموعه از نوع نامتناهی محسوب می‌شوند. (به شرط این‌که سر و ته بازه یکی نباشد).
بازه‌ها، حالت‌های مختلفی دارند که تمامی این حالت‌ها را در جدول زیر برایتان آورده‌ایم. (امید است که مقبول افتد ...)

نمایش هندسی	نمایش مجموعه‌ای	بازه
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	(a, b)
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	$[a, b)$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	$(a, b]$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$	$[a, +\infty)$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	$(a, +\infty)$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	$(-\infty, b]$
	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	$(-\infty, b)$

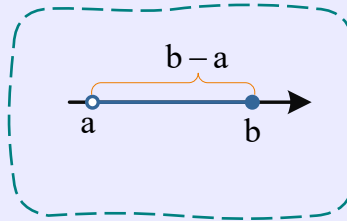
توجه

در تمامی حالت‌های فوق فرض را بر آن گرفته بودیم که a کوچک‌تر از b باشد. (a و b عددهایی حقیقی هستند!)



طول بازه

در بازه‌ها، اختلاف طول نقطهٔ انتها و ابتدا، طول بازه نام دارد، یعنی در بازه‌ای مانند $(a, b]$ ، طول بازه $|b - a|$ است.



تذکر

در تعیین طول بازه‌ها باز یا بسته بودن ابتدا یا انتهای بازه تأثیری ندارد. یعنی در تمام ۴ حالت اول جدول قبل طول بازه برابر با $|b - a|$ است.

نکات تکمیلی بازه‌ها

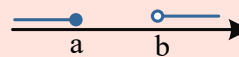
بهتر از من می‌دانید که:

$$\mathbb{R} = (-\infty, +\infty), \quad \mathbb{R}^+ = (0, +\infty), \quad \mathbb{R}^- = (-\infty, 0)$$

بازه‌هایی به فرم $]$ را «بسته»، بازه‌هایی به فرم $($ را «باز» و بازه‌هایی به فرم $]$ و $($ را «نیم‌باز» گویند. این دو تا رو واسه خودم می‌گم! (می‌دونم که شما بلدین!)

$$(a, a) = \emptyset, \quad [a, a] = a$$

تذکر!

حالت‌هایی مانند  بازه نیستند!! این‌ها اجتماع دو بازه‌اند.



۲- چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف) مجموعه سلول‌های عصبی مغز انسان مجموعه‌ای نامتناهی است.

ب) اگر $A \subseteq B$ ، $U = \mathbb{R}$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، مجموعه $A' \cup B'$ نامتناهی است.

ج) مجموعه‌های $(A \cap B)$ و $(A' \cap B)$ جدا از هم هستند.

د) اگر $A = [-4, 2]$ و $B = [-1, 3]$ باشد، طول بازه $A - B$ برابر ۴ است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد:

الف) مجموعه سلول‌های عصبی مغز انسان مجموعه‌ای متناهی است. ← نادرست

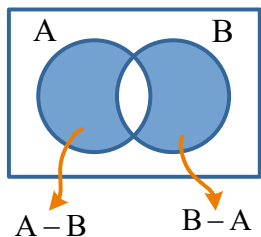
پ) چون $A \subseteq B$ ، پس $A' \cup B' = A'$ و $B' \subseteq A'$ می‌باشد، همچنین چون B متناهی است، پس A هم متناهی می‌باشد:

درست → مجموعه نامتناهی $A' \cup B' = A' = U - A = \mathbb{R} - A$

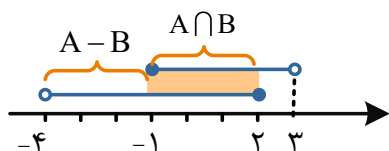
متناهی



می‌دانیم $A \cap B' = A - B$ و $A' \cap B = B - A$ است و طبق نمودار ون، این دو مجموعه فاقد عضو مشترک بوده و جدا از هم هستند. ← درست



برای یافتن $A - B$ بهترین روش، استفاده از محور است.



$$A - B = A - (A \cap B) = (-4, -1)$$

$$\text{طول بازه} = -1 - (-4) = 3 \rightarrow \text{نادرست}$$

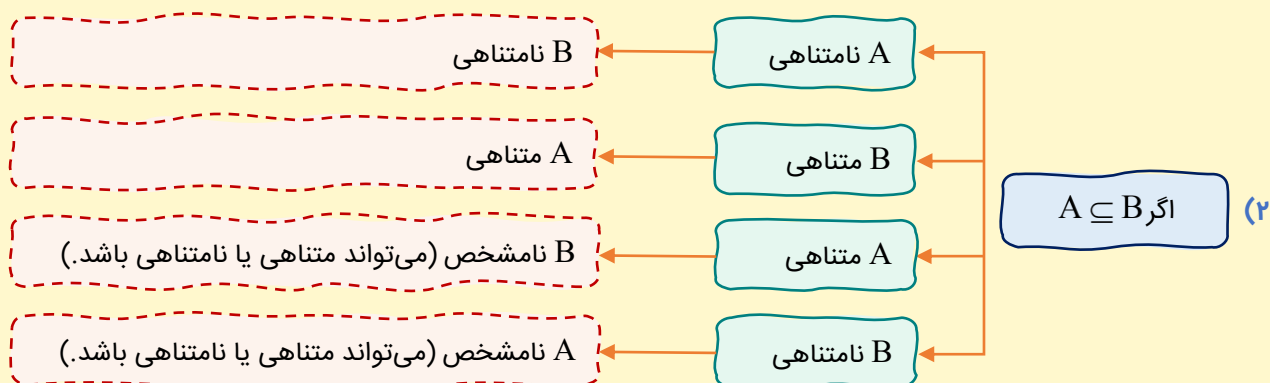
بنابراین فقط دو گزاره (پ) و (ج) درست هستند.

کلاس درس مجموعه‌ها

(۱) مجموعه متناهی مجموعه‌ای است که تعداد عضوهایش عددی حسابی باشد (بی‌شمار عضو نداشته باشد). اگر مجموعه‌ای متناهی نباشد، مجموعه نامتناهی نامیده می‌شود.

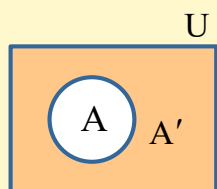
مثلاً: الف) تعداد درختان شمال کشور: متناهی

ب) اعداد حقیقی بین ۰ و ۱: نامتناهی



(۳) دو مجموعه را «جدا از هم» گوئیم هرگاه عضو مشترکی نداشته باشند، به عبارتی A و B جدا از هم‌اند، اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد.

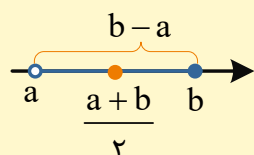
(۴) مجموعه مرجع (U): مجموعه‌ای که تمامی مجموعه‌های مورد بحث سوال، زیر مجموعه آن هستند.



(۵) متمم مجموعه A (A'): اعضای از مجموعه مرجع که در مجموعه A حضور ندارند.

$$A' = U - A$$

(۶) برای محاسبه اشتراک، اجتماع و تفاضل دو بازه، بهترین روش استفاده از رسم محور می‌باشد.



$$\text{مرکز بازه } (a, b) = \frac{a + b}{2}$$

$$\text{طول بازه } (a, b) = b - a$$



دام تستی!

گول تعداد اعضای زیاد به مجموعه رو نخوری! خیلی از مجموعه‌ها هستن که علی‌رغم این‌که تعداد خیلی زیادی عضو دارن، تعداد اعضاهاشون متناهی. مثلاً مجموعه سلول‌های بدن انسان! درسته تعدادشون خیلی زیاده ولی نهایتاً به عدد طبیعی خیلی خیلی بزرگ تعدادشون رو نشون می‌ده. این یعنی مجموعه سلول‌های بدن انسان متناهی.



۳- اگر $\mathbb{R}$ مجموعه مرجع باشد، مجموعه $[(\mathbb{R} - Z') \cup (N - Q')] \cap (W \cap Q)$ با کدام‌یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

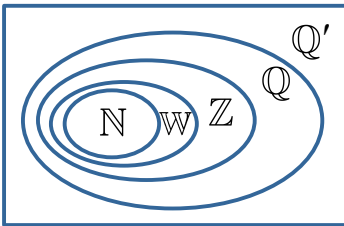
- (۱) $(Z - W) \cap (Q - Z')$
 (۲) $(Z \cup W) \cup (Q \cap Q')$
 (۳) $(Q' - Q) \cap (Z - Q)$
 (۴) $(W \cap Q) \cup (Z \cap Q')$

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

 $\mathbb{R}$

با توجه به نمودار مقابل، ابتدا مجموعه صورت سوال را ساده می‌کنیم:



$$[(\underbrace{\mathbb{R} - Z'}_{\mathbb{R} \cap Z = Z}) \cup (\underbrace{N - Q'}_{N \cap Q = N})] \cap (\underbrace{W \cap Q}_{W}) = (Z \cup N) \cap W = Z \cap W = W$$

بررسی گزینه‌ها:

$$(Z - W) \cap (\underbrace{Q - Z'}_{Q \cap Z = Z}) = \{\dots, -2, -1\} \cap Z = \{\dots, -2, -1\}$$

$$(Z \cup W) \cup (Q \cap Q') = Z \cup \emptyset = Z$$

$$(Q' - Q) \cap (Z - Q) = Q' \cap \emptyset = \emptyset$$

$$(W \cap Q) \cup (Z \cap Q') = W \cup \emptyset = W$$

جمع‌بندی قوانین مجموعه‌ها

اگر U مجموعه مرجع و A ، B و C زیرمجموعه‌های آن باشند؛ داریم:

$$\begin{cases} U' = \emptyset \\ \emptyset' = U \end{cases}$$

$$A - B = A \cap B'$$

$$A \subseteq B \rightarrow B' \subseteq A'$$

$$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases}$$

$$\begin{cases} (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \\ (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A' = U - A \\ A \cup A' = U \\ A \cap A' = \emptyset \\ A' - A = A' \end{cases}$$

$$\begin{cases} A' \cap B' = (A \cup B)' \\ A' \cup B' = (A \cap B)' \end{cases} \quad \text{قوانین دمورگان}$$

$$\begin{cases} A \cup B = B \cup A \\ A \cap B = B \cap A \end{cases}$$

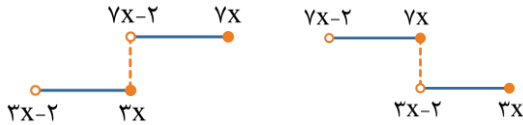


۴- اگر دو بازه $[۳x-۲, ۷x]$ و $[۷x-۲, ۳x]$ دارای اشتراک غیر تهی باشند، چند مقدار صحیح به جای x می توان قرار داد؟
 (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

زمانی اشتراک ۲ بازه غیر تهی می باشد که حداقل ۱ عضو مشترک داشته باشند. ابتدا حالتی را پیدا می کنیم که این دو بازه اشتراک نداشته باشند و سپس متمم آن را به عنوان جواب می پذیریم:



در دو حالت این دو بازه اشتراک ندارند، اول این که $۷x-۲ \geq ۳x$ یا $۷x \leq ۳x-۲$:

$$\Rightarrow \begin{cases} ۷x-۲ \geq ۳x \Rightarrow ۴x \geq ۲ \Rightarrow x \geq \frac{۱}{۲} \\ ۷x \leq ۳x-۲ \Rightarrow ۴x \leq -۲ \Rightarrow x \leq -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

یعنی اگر $x \geq \frac{۱}{۲}$ یا $x \leq -\frac{۱}{۲}$ باشد، این دو بازه فاقد اشتراک هستند، پس شرط داشتن اشتراک، آن است که $-\frac{۱}{۲} < x < \frac{۱}{۲}$ باشد، که در این حالت x فقط می تواند عدد صحیح صفر باشد و گزینه ۲ صحیح است.



۵- اگر A مجموعه ای متناهی و B مجموعه ای نامتناهی باشد، کدام مجموعه زیر نامتناهی است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A - B$ (۳) $B - A$ (۴) $A \cup (B \cap A)$

پاسخ: گزینه ۳

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

اگر از مجموعه ای نامتناهی تعداد محدودی عضو کم شود، باز هم نامتناهی است، پس $B - A$ نامتناهی است.

مجموعه های متناهی و نامتناهی

انواع مجموعه از نظر تعداد اعضا به دو دسته زیر تقسیم بندی می شوند:

- (۱) **مجموعه متناهی:** مجموعه ای که تعداد اعضای آن عددی حسابی باشد، مثلاً تعداد دانش آموزان کلاس شما!
 (۲) **مجموعه نامتناهی:** مجموعه ای که تعداد اعضای آن از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگتر است. مثلاً مجموعه اعداد گویا!!!

توجه

تعداد اعضای برخی از مجموعه های متناهی ممکن است بسیار زیاد باشد، با این حال با داشتن امکانات لازم و صرف وقت کافی ممکن است بتوان تعداد آن ها را به دست آورد.

نکات تکمیلی

- مجموعه تهی، مجموعه ای متناهی می باشد.
- تمامی مجموعه های اعداد گنگ، گویا، حقیقی، حسابی، طبیعی و... مجموعه هایی نامتناهی محسوب می شوند.
- اگر داشته باشیم $A \subseteq B$:
- الف)** اگر A نامتناهی باشد، B نامتناهی است.
- ب)** اگر B متناهی باشد، A متناهی است.



۶- اگر $B' \subseteq A'$ باشد، متمم مجموعه $((A-B) \cup (B-A)) \cup (A \cap B)$ برابر با کدام مجموعه است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

$$B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A, A \cup B = B$$

با توجه به روابط مقابل داریم:



$$A - B = A \cap B' = \emptyset, B - A = B \cap A'$$

$$\Rightarrow ((A - B) \cup (B - A)) \cup (A \cap B) = (\emptyset \cup (B - A)) \cup A = (B - A) \cup A = B \quad (*)$$

بنابراین مجموعه خواسته شده برابر با مجموعه B می باشد که متمم آن برابر با B' خواهد بود.

رفع ابهام

گرفتنی تو مرحله آخر، تساوی (*) چی شد؟ در عبارت $(B - A) \cup A$ اول با حساب کردن $(B - A)$ گفته اعضای A رو از B حذف کن. بعد با اجتماع گرفتن با A دوباره گفته که اعضای A رو به $(B - A)$ اضافه کن! تهش انگار که هیچ کاری نکردیم و همون B اولیه رو داریم!

حالا به بار دیگه خودت با فرمول هایی که از قواعد مجموعه ها بلدیم جواب رو به دست بیار و ببین که چقدر روشی که گفتیم تو صرفه جویی زمان کمکت می کنه!

راهنمای زنگ بازی!

بلدی با نمودار ون یا مثال عددی همین سؤال رو سریع تر حل کنی؟



۷- فرض کنید $n(A) = 3$ و $n(A \cap B) = 2$ و $n(A \cup B) = 26$ باشد، آن گاه $n(B)$ کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

فرض می کنیم $n(A - B) = t$ باشد:

$$n(A \cap B) = 2n(A - B) \Rightarrow n(A \cap B) = 2t$$

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) \Rightarrow n(A) = t + 2t = 3t$$

$$3n(A) = 4n(B) \Rightarrow n(B) = \frac{9}{4}t$$

$$n(A \cup B) = 26 \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3t + \frac{9}{4}t - 2t = 26$$

$$\Rightarrow \frac{13}{4}t = 26 \Rightarrow t = 8 \Rightarrow n(B) = \frac{9}{4}t = \frac{9}{4} \times 8 = 18$$

روابط مهم در حل تست ها

(۱) تعداد اعضای که حداقل عضو یکی از دو مجموعه A یا B هستند:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

(۲) تعداد اعضای که فقط عضو A هستند:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(B)$$

(۳) تعداد اعضای که فقط عضو B هستند:

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) - n(A)$$

(۴) تعداد اعضای که نه در A حضور دارند و نه در B :

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$





۸- در یک کلاس ۷۵ نفری، دانش‌آموزان عضو تیم فوتبال یا والیبال هستند یا در هیچ‌کدام از این دو رشته فعالیت نمی‌کنند. تعداد کسانی که ورزشکار هستند، دو برابر تعداد کسانی است که فقط یکی از دو رشته فوتبال یا والیبال را انجام می‌دهند و تعداد فوتبالیست‌ها ۵ برابر تعداد کسانی است که فقط والیبال بازی می‌کنند. اگر ۱۵ نفر هیچ ورزشی انجام ندهند، چند نفر فقط فوتبال بازی می‌کنند؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

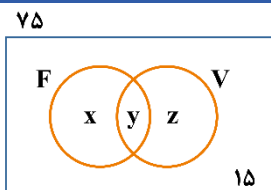
پاسخ: گزینه ۲

در این گونه سوالات استفاده از نمودار ون بهتر است.

X: تعداد کسانی که فقط فوتبال بازی می‌کنند.

Y: تعداد کسانی که هر دو رشته را بازی می‌کنند.

Z: تعداد کسانی که فقط والیبال بازی می‌کنند.

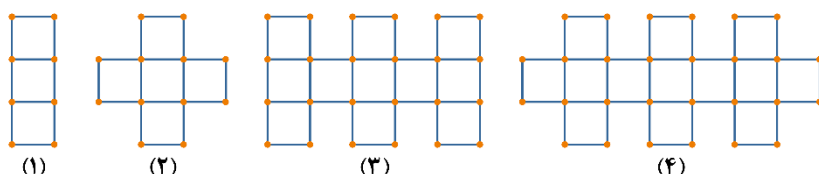


$$\begin{cases} x + y + z = 2(x + z) \Rightarrow 60 = 120 - 2y \Rightarrow 2y = 60 \Rightarrow y = 30 \\ x + y = 5z \Rightarrow 60 - z = 5z \Rightarrow z = 10 \Rightarrow x = 20 \end{cases}$$

تعداد کسانی که فقط فوتبال بازی می‌کنند، ۲۰ نفر است.



۹- با توجه به شکل‌های زیر، تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله یازدهم کدام است؟



۱۲۶ (۱)

۱۳۰ (۲)

۱۰۶ (۳)

۸۲ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

دنباله تعداد چوب کبریت‌ها عبارت است از:

۱۰، ۱۶، ۲۴، ۳۴، ۴۰، ...

در این دنباله، الگو را نمی‌توان مشخص کرد جز آن که جملات فرد و زوج را تفکیک کنیم:

$$10 \xrightarrow{+24} 34, \xrightarrow{+24} 58, \xrightarrow{+24} \dots \quad a_n = 10 + (n-1) \times 24$$

$$16 \xrightarrow{+24} 40, \xrightarrow{+24} 64, \xrightarrow{+24} \dots \quad t_n = 16 + (n-1) \times 24$$

مرحله یازدهم، ششمین جمله از فردها است:

$$a_6 = 10 + (6-1) \times 24 = 10 + 5 \times 24 = 130$$



۱۰- جمله دهم الگوی خطی ...، ۱، ۳، -۱ با جمله چندم الگوی درجه دوم ...، ۱، ۱، ۱، ۱۴ برابر است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جمله دهم الگوی خطی را به دست می‌آوریم:

$$-1, 3, \dots \xrightarrow[t_n=4n+b]{t_1=-1} t_n = 4n + b \xrightarrow{t_1=-1} 4 + b = -1 \Rightarrow b = -5$$

$$\Rightarrow t_n = 4n - 5 \Rightarrow t_{10} = 4(10) - 5 = 35 (*)$$



حال جمله عمومی الگوی درجه دوم را به دست آورده و برابر ۳۵ قرار می‌دهیم:

جمله صفرا $c = 0$

$$19, 14, 11, 8, \dots \xrightarrow[t_n = an^2 + bn + c]{a=1, c=19} t_n = n^2 + bn + 19 \xrightarrow{t_1=14} 1 + b + 19 = 14 \Rightarrow b = -6$$

$-5 \quad -3 \quad -1$
 $+2 = 2a$
 $\Rightarrow a=1$

$$t_n = n^2 - 6n + 19 \xrightarrow{(*)} t_n = 35 \Rightarrow n^2 - 6n + 19 = 35 \Rightarrow n^2 - 6n - 16 = 0$$

$$\Rightarrow (n-8)(n+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n+2=0 \Rightarrow n=-2 \text{ غ قق } (n \in \mathbb{N}) \\ n-8=0 \Rightarrow n=8 \checkmark \end{cases}$$

بشتابید بشتابید، الگوی خطی

الگوی خطی: در این الگو میزان افزایش یا کاهش جملات الگو **عددی ثابت** است. فرمول جمله عمومی این الگو به صورت $t_n = an + b$ است.

مراحل نوشتن جمله عمومی الگوی خطی:

- (۱) ضریب n در جمله عمومی همان عدد ثابت است که اضافه یا کم می‌شود.
- (۲) برای یافتن b از جملات دنباله کمک می‌گیریم.

یه نمونه باحال ببین!

$$-1, 4, 9, \dots \xrightarrow[t_n = an + b]{a=5} t_n = 5n + b \xrightarrow{t_1=-1} -1 = 5 + b \Rightarrow b = -6 \Rightarrow t_n = 5n - 6$$

$-1, 4, 9, \dots$
 $+5 \quad +5$

الگوی درجه دوم

در این الگو اختلاف جملات، خودشان یک الگوی خطی تشکیل می‌دهند. فرمول جمله عمومی این مدل از الگوها به صورت $t_n = an^2 + bn + c$; $(a \neq 0)$ می‌باشد.

برای به دست آوردن ضریب a , b و c در الگوی درجه دوم، مراحل زیر را طی می‌کنیم:

- (۱) تفاضل مرتبه دوم جملات که عددی ثابت است برابر $2a$ می‌باشد.
- در الگوی مقابل:

$$2, 5, 10, 17, \dots$$

$+3 \quad +5 \quad +7$
 $+2 \quad +2$
 $2a$
 $2a=2 \Rightarrow a=1$

جمله صفرا $c = 1$

$$1, 2, 5, 10, 17, \dots$$

$+1 \quad +3 \quad +5 \quad +7$

- (۲) جمله صفرا همان c است. در الگوی گفته شده:

- (۳) برای یافتن b از یکی از جملات دنباله کمک می‌گیریم. در الگوی قبل:

$$t_n = an^2 + bn + c \xrightarrow[c=1]{a=1} t_n = n^2 + bn + 1 \xrightarrow{t_1=2} 2 = 1 + b + 1 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow t_n = n^2 + 1$$



۱۱- اعداد طبیعی را به صورت $\{1, 2, 3, 4\}, \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}, \{11, \dots, 18\}, \dots$ دسته‌بندی می‌کنیم. مجموع جملات دسته ششم به کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر نیست؟

۱۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱

روش اول

دنباله‌ای با جملات اول هر دسته به صورت روبه‌رو می‌نویسیم:

$$1, 5, 11, 19, \dots$$

$$\begin{array}{cccc} & +4 & +6 & +8 \\ +4 & +6 & +8 & \\ +2 & +2 & & \end{array}$$

از آن جا که تفاضل مرتبه دوم جملات، عددی ثابت است، نتیجه می‌گیریم این دنباله یک الگوی درجه دوم است.

برای یک دنباله درجه دوم به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ پارامترهای a ، b و c را به این ترتیب به دست می‌آوریم:

$$2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$c = 1 - 2 = -1$$

$$t_n = an^2 + bn + c \xrightarrow[t_1=1]{a=1, c=-1} t_1 = 1 + b - 1 = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow t_n = n^2 + n - 1$$

پس دسته ۶ ام از t_6 شروع می‌شود و تا $t_7 - 1$ جلو می‌رود. بنابراین مجموع اعداد این دسته را به راحتی می‌توان محاسبه کرد:

$$t_6 = 6^2 + 6 - 1 = 41$$

$$t_7 = 7^2 + 7 - 1 = 54$$

$$\{41, 42, 43, \dots, 54\} \xrightarrow{\text{مجموع اعضا}} 41 + 42 + \dots + 54 = \frac{(41 + 54) \times 14}{2} = 95 \times 7 = 19 \times 5 \times 7$$

پس بر ۳ بخش پذیر نیست.

روش دوم

از آن جایی که مجموع جملات دسته ششم خواسته شده، می‌توان به راحتی آن را به دست آورد، ببینید:

$$1, 5, 11, 19, 29, 41, 54$$

$$\begin{array}{ccccccc} & +4 & +6 & +8 & +10 & +12 & +14 \\ +4 & +6 & +8 & +10 & +12 & +14 & \end{array}$$

پس جمله اول دسته ششم ۴۱ و جمله آخر دسته ششم برابر ۵۴ است، بنابراین دسته ششم ۱۴ جمله دارد و مجموع آن برابر است با:

$$\text{مجموع جملات دسته ششم} = \frac{14 \times (41 + 54)}{2} = 7 \times 5 \times 19$$

یعنی مجموع جملات دسته ششم بر ۳ بخش پذیر نمی‌باشد.

مجموع اعداد صحیح متوالی

برای به دست آوردن مجموع تعدادی عدد صحیح متوالی از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{تعداد اعداد} \times (\text{عدد اول} + \text{عدد آخر})}{2}$$

••• bio •••

۱۲- در دنباله حسابی t_n ، اگر $t_1 = -29$ و $t_{13} = -44$ باشد، چندمین جمله این دنباله برابر -204 است؟

۴۶ (۴)

۴۵ (۳)

۴۴ (۲)

۴۳ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

ابتدا جمله اول و قدرنسبت دنباله حسابی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = t_1 + 9d = -29 \\ t_{13} = t_1 + 12d = -44 \end{cases} \Rightarrow 3d = -44 - (-29) = -44 + 29 = -15 \Rightarrow d = -5$$



$$\Rightarrow t_1 + 9 \times (-5) = -29 \Rightarrow t_1 = -29 + 45 = 16$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 16 + (n-1) \times (-5) = -5n + 21$$

$$\Rightarrow -5n + 21 = -204 \Rightarrow -5n = -204 - 21 = -225 \Rightarrow n = 45$$

دنباله حسابی

دنباله‌ای است که در آن، هر جمله (به جز جمله اول) از اضافه شدن یک عدد ثابت به نام قدرنسبت یا اختلاف مشترک (d) به جمله قبل از خود به دست می‌آید:

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

جمله عمومی دنباله حسابی

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت مقابل تعریف می‌شود:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

شماره جمله $\uparrow$ $\uparrow$ جمله عمومی
 $\downarrow$ $\downarrow$ قدرنسبت (اختلاف مشترک) جمله اول

در حل مسائل دنباله حسابی بهتر است ابتدا ارتباط بین جملات را به صورت یک معادله نوشته و سپس به کمک جمله عمومی دنباله، هر جمله را برحسب a_1 و d نوشته و معادله را تا حد امکان ساده کنیم.

یه نمونه باحال ببین!

جمله‌های هشتم و دوازدهم یک دنباله حسابی به صورت‌های زیر نوشته می‌شوند:

$$a_8 = a_1 + 7d$$

$$a_{12} = a_1 + 11d$$



۱۳- در یک دنباله حسابی با جملات مثبت، رابطه $a_4 - a_1 = a_3 \times a_5$ برقرار است. قدرنسبت دنباله چند برابر جمله اول است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول

فرض می‌کنیم a_1 جمله اول دنباله و d قدرنسبت آن باشد و با توجه به اتحاد مزدوج $a_4 - a_1 = (a_4 - a_1)(a_4 + a_1)$ داریم:

$$(a_4 - a_1)(a_4 + a_1) = a_3 \times a_5$$

$$\Rightarrow (a_1 + 3d - a_1)(a_1 + 3d + a_1) = (a_1 + 2d)(a_1 + 4d)$$

$$\Rightarrow (3d)(2a_1 + 3d) = (a_1 + 2d)(a_1 + 4d)$$

$$\Rightarrow \cancel{6a_1d} + 9d^2 = a_1^2 + \cancel{6a_1d} + 4a_1d + 8d^2 \Rightarrow a_1^2 = d^2 \xrightarrow{a_1 \text{ و } d \text{ مثبت}} a_1 = d \Rightarrow \frac{d}{a_1} = 1$$

روش دوم

با توجه به این که $a_5 = a_4 + d$ و $a_3 = a_4 - d$ می‌باشد، داریم:

$$a_4 - a_1 = a_3 \times a_5 \Rightarrow a_4 - a_1 = (a_4 - d)(a_4 + d)$$

$$\Rightarrow a_4 - a_1 = a_4^2 - d^2 \Rightarrow a_1^2 = d^2 \xrightarrow{a_1 \text{ و } d \text{ مثبت}} a_1 = d \Rightarrow \frac{d}{a_1} = 1$$



۱۴- دو دنباله حسابی زیر چند جمله مشترک کوچکتر از ۴۵۹ و بزرگتر از ۳۵۹ دارند؟

$\{1, 7, 13, \dots\}$	(۲) ۳	(۱) ۲
$\{1, 8, 15, \dots\}$	(۴) ۵	(۳) ۴

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

دنباله‌ای که شامل جملات مشترک این دو دنباله است دارای قدرنسبت $[6, 7] = 42$ و جمله اول ۱ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \times 42 = 42n - 41$$

از طرفی $359 < a_n < 459$ است، بنابراین:

$$359 < 42n - 41 < 459 \Rightarrow 400 < 42n < 500 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 10 \leq n \leq 11 \Rightarrow n = 10, n = 11$$

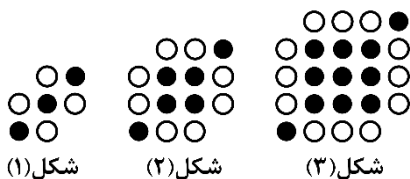
بنابراین فقط جملات دهم و یازدهم در محدوده مورد نظر قرار دارند؛ که تعدادشان ۲ عدد است.

دنباله جملات مشترک دنباله‌ها

برای پیدا کردن جملات مشترک دو دنباله $\begin{cases} a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots \\ b_1, b_1 + d', b_1 + 2d', \dots \end{cases}$ کافی است **اولین عدد مشترک** بین دو دنباله (t_1) را پیدا کنیم. سپس جملات مشترک دو دنباله، دنباله‌ای با جمله اول t_1 و قدرنسبت $[d, d']$ (ک.م.م. d و d') می‌سازند.



۱۵- در یک دنباله حسابی، اگر جمله یازدهم دنباله برابر تعداد دایره‌های سفید در شکل ششم الگوی زیر و جمله چهاردهم دنباله برابر با تعداد دایره‌های سیاه در شکل چهارم الگوی زیر باشد، جمله چندم دنباله حسابی برابر صفر است؟



- (۱) ۲۱
(۲) ۲۳
(۳) ۲۲
(۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

تعداد دایره‌های سفید به صورت $4, 8, 12, \dots$ است، که دارای یک الگوی خطی هستند، پس جمله عمومی آن به صورت $a_n = 4n$ است.

در نتیجه:

$$a_6 = 4(6) = 24 = t_{11} \text{ (جمله یازدهم دنباله حسابی)}$$

تعداد دایره‌های سیاه در شکل چهارم نیز با رسم شکل به راحتی به دست می‌آید: (الگوی دایره‌های سیاه دارای جمله عمومی $a_n = n^2 + 2$ است.)

$$t_{14} = 18 = \text{تعداد دایره‌های رنگی در شکل چهارم}$$

می‌دانیم اگر t_1 جمله اول دنباله حسابی و d قدرنسبت آن باشد، جملات یازدهم و چهاردهم به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned} t_{11} &= t_1 + 10d = 24 \\ t_{14} &= t_1 + 13d = 18 \end{aligned} \Rightarrow d = -2, t_1 = 44$$

می‌دانیم که جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ نوشته می‌شود، با توجه به این که t_1 و d را داریم جمله عمومی را می‌نویسیم و آن را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$t_n = 44 + (n-1)(-2) = 0 \Rightarrow 44 - 2n + 2 = 0 \Rightarrow 2n = 46 \Rightarrow n = 23$$



۱۶- جمله سوم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت برابر ۷۲ و جمله پنجم آن برابر ۱۶۲ است. مجموع جملات اول و دوم آن کدام است؟

(۴) ۹۲

(۳) ۸۰

(۲) ۹۶

(۱) ۸۴



جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 ، جمله اول و r قدرنسبت است.

$$\begin{cases} t_3 = t_1 r^2 = 72 \\ t_5 = t_1 r^4 = 162 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{r^4}{r^2} = \frac{162}{72} \Rightarrow r^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

پس $t_1 = \frac{72}{r^2} = 32$ و $t_2 = 32 \times \frac{3}{2} = 48$ است. در نتیجه:

$$t_1 + t_2 = 32 + 48 = 80$$

دنباله هندسی

به دنباله‌ای که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب عددی ثابت و غیرصفر در جمله قبلی‌اش به دست می‌آید **دنباله هندسی** می‌گویند. به این مقدار ثابت، قدرنسبت (نسبت مشترک) دنباله می‌گوییم و آن را با r (یا q) نمایش می‌دهیم. جمله اول دنباله هندسی هیچ‌گاه صفر نیست.

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_4}{a_3} = \dots$$

جمله عمومی دنباله هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

↑ جمله عمومی ↑ قدرنسبت (نسبت مشترک) ↑ شماره جمله
↓ جمله اول



۱۷- بین دو عدد $\frac{1}{4}$ و ۲۵۶، هشت واسطه هندسی درج می‌کنیم. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین واسطه کدام است؟ (جمله اول برابر

$\frac{1}{4}$ است.)

۲۵۵ (۴)

۱۲۷ (۳)

۶۳ (۲)

۳۱ (۱)

روش اول

می‌دانیم که جمله اول برابر $\frac{1}{4}$ است، پس:

$$\frac{1}{4}, \underbrace{0, 0, 0, \dots, 0}_8, 256$$

۸ واسطه



بنابراین جمله اول برابر $\frac{1}{2}$ و جمله دهم برابر ۲۵۶ است، حال:

$$\begin{cases} a_{10} = 256 \\ a_1 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a_{10} = a_1 q^9 \Rightarrow 256 = \frac{1}{2} \times q^9 \Rightarrow q^9 = 512 \Rightarrow q^9 = 2^9 \Rightarrow q = 2$$

با داشتن قدرنسبت دنباله می توان بزرگترین و کوچکترین واسطه را به دست آورد:

$$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots, 64, 128, 256$$

$\xrightarrow{\times 2}$ $\xrightarrow{\times 2}$ $\xrightarrow{\div 2}$

$$\begin{cases} \text{بزرگترین واسطه} = 128 \\ \text{کوچکترین واسطه} = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 127$$

روش دوم

از فرمول درجه واسطه هندسی بین دو عدد داریم:

$$\begin{cases} b = 256 \\ a = \frac{1}{2} \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow q^{m+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow q^9 = 512 \Rightarrow q^9 = 2^9 \Rightarrow q = 2$$

ادامه روند حل سؤال نیز مانند روش اول می باشد.

📌 قیلق درج m واسطه هندسی بین دو عدد رو یاد بگیر!

اگر بین دو عدد a و b بخواهیم m واسطه هندسی قرار دهیم به طوری که تمامی اعداد تشکیل یک دنباله هندسی بدهند، آنگاه قدرنسبت این دنباله از رابطه زیر به دست می آید:

$$q^{m+1} = \frac{b}{a}$$



۱۸- در دنباله هندسی و غیر حسابی $2x-1, 3x, 5x+2, \dots$ واسطه حسابی جملات چهارم و هفتم کدام است؟

۱۱۲ (۴)

۱۰۶ (۳)

۱۰۸ (۲)

۱۱۰ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

می دانیم که اگر سه عدد a, b, c تشکیل دنباله هندسی دهند رابطه $b^2 = ac$ بین آنها برقرار است، پس:

$$(3x)^2 = (2x-1)(5x+2) \Rightarrow 9x^2 = 10x^2 + 4x - 5x - 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow \text{هندسی: } 3, 6, 12, \dots \quad \checkmark \\ x = -1 \Rightarrow \text{ثابت: } -3, -3, -3, \dots \quad \times \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 3 \\ r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 \times r^{n-1} \Rightarrow a_n = 3 \times 2^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_7 = 3 \times 2^6 = 192 \\ a_4 = 3 \times 2^3 = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی جملات چهارم و هفتم} = \frac{a_4 + a_7}{2} = \frac{24 + 192}{2} = \frac{216}{2} = 108$$



♦ اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، در این صورت b را «واسطه هندسی» a و c می‌گوییم و داریم:

$$b^2 = ac \Rightarrow b = \pm \sqrt{ac}$$

♦ اگر a, b, c به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، در این صورت b را «واسطه حسابی» a و c می‌نامیم و داریم:

$$b = \frac{a+c}{2} \Rightarrow 2b = a+c$$

♦ «دنباله ثابت» دنباله‌ای است که هم حسابی است و هم هندسی و داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 1 \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در دنباله ثابت با جملات برابر و غیرصفر}$$



۱۹- جملات سوم و پنجم یک دنباله هندسی، به ترتیب جمله دوم و پنجم یک دنباله حسابی غیر ثابت هستند. اگر جمله اول دنباله حسابی برابر صفر باشد، جمله ششم دنباله هندسی، چند برابر جمله دوم آن است؟

۱۶ (۴)

۴ (۳)

۹ (۲)

۸۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

اگر جمله اول دنباله حسابی را صفر و قدرنسبت آن را d فرض کنیم، آن‌گاه دنباله حسابی به صورت زیر است:

$0, d, 2d, 3d, 4d, \dots$

جمله عمومی دنباله هندسی را $t_n = t_1 r^{n-1}$ فرض کنید. بنابراین:

$$\begin{cases} t_3 = t_1 r^2 = d \\ t_5 = t_1 r^4 = 4d \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} r^2 = 4$$

$$\frac{t_6}{t_2} = \frac{t_1 r^5}{t_1 r} = r^4 = 16$$

در نتیجه:



۲۰- در دنباله هندسی t_n با شرط $t_n > 0$ ، اگر $t_6 + t_8 = 20$ و $t_1 - t_6 = 60$ باشند، جمله دوم این دنباله کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های داده شده را بر حسب جمله اول بازنویسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 - t_6 = 60 \Rightarrow t_1 r^0 - t_1 r^5 = 60 \Rightarrow t_1 r^5 (r^4 - 1) = 60 \\ t_6 + t_8 = 20 \Rightarrow t_1 r^5 + t_1 r^7 = 20 \Rightarrow t_1 r^5 (1 + r^2) = 20 \quad (*) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 r^5 (r^4 - 1)}{t_1 r^5 (1 + r^2)} = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow \frac{r^4 - 1}{r^2 + 1} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{(r^2 - 1)(r^2 + 1)}{(r^2 + 1)} = 3 \Rightarrow r^2 - 1 = 3 \Rightarrow r^2 = 4 \xrightarrow{\text{جملات دنباله مثبت هستند}} r = 2$$



حال با جای گذاری $r=2$ در رابطه (*) داریم:

$$t_1 r^5 (1+r^2) = 20 \Rightarrow t_1 r \times \underset{16}{r^4} (\underset{5}{1+r^2}) = 20 \Rightarrow t_1 r \times 80 = 20 \Rightarrow t_1 r = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} \xrightarrow{t_2 = t_1 r} t_2 = \frac{1}{4}$$



۲۱- اگر در مثلث $\triangle ABC$ ، همواره $\hat{A} = 2\hat{B} = 30^\circ$ باشد، آن گاه ضلع BC چند برابر ضلع AB است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

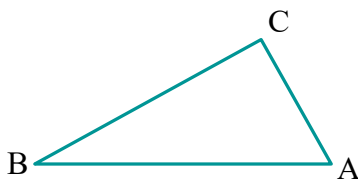
(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به اطلاعات داده شده در صورت سوال خواهیم داشت:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (30^\circ + 15^\circ) = 135^\circ$$

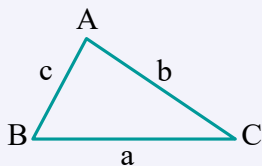
در نتیجه طبق قضیه سینوس‌ها:



$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{C}} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 135^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

قضیه سینوس‌ها

در هر مثلث داریم:



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ است.



۲۲- در مثلث ABC ، $AB=6$ و $AC=10$ است. اگر زاویه بین نیمسازهای زوایای B و C برابر 150° باشد، طول ضلع BC کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

چون زاویه بین نیمسازهای زوایای داخلی B و C برابر 150° است، پس:

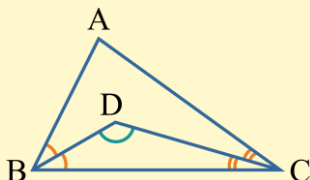
$$90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} = 150^\circ \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

حال به کمک قضیه کسینوس‌ها، طول ضلع BC را به دست می‌آوریم:

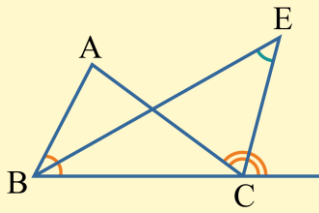
$$BC^2 = 36 + 100 - 2 \times 6 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 196 \Rightarrow BC = 14$$

اندازه زاویه بین نیمسازهای دو زاویه در مثلث

در شکل زیر اگر BD و CD به ترتیب نیمسازهای زاویه‌های داخلی B و C باشند؛ آن گاه:



$$\hat{D} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

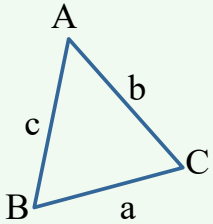


در شکل زیر اگر BE و CE به ترتیب نیمسازهای زاویه داخلی B و زاویه خارجی C باشند؛ آنگاه:

$$\hat{E} = \frac{\hat{A}}{2}$$

قضیه کسینوس‌ها

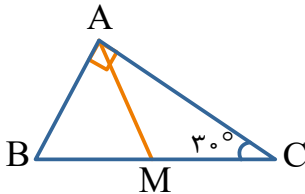
طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\triangle ABC$ ، اضلاع $AB = c$ ، $AC = b$ و $BC = a$ داریم:



$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \end{cases}$$



۲۲- در شکل مقابل، مثلث $\triangle ABC$ قائم‌الزاویه در رأس A، $\hat{C} = 30^\circ$ و M وسط BC است. شعاع دایره‌ای که از نقاط A، B و C می‌گذرد، چند برابر شعاع دایره‌ای است که از نقاط A، M و B می‌گذرد؟



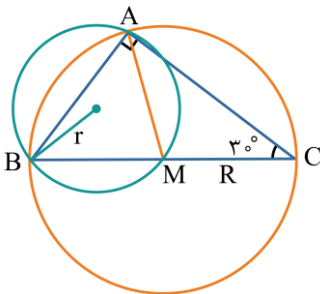
- (۱) ۱
- (۲) $\sqrt{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۴) ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

اگر شعاع دایره محیطی مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ABM$ را به ترتیب با R و r نشان دهیم. می‌دانیم وتر مثلث قائم‌الزاویه، قطر دایره محیطی آن است. یعنی شعاع دایره‌ای که از A، B و C می‌گذرد برابر با BM است.

از آنجایی که در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:



$$R = BM = AM = MC$$

از $\hat{C} = 30^\circ$ و $\hat{A} = 90^\circ$ در مثلث $\triangle ABC$ نتیجه می‌گیریم $\hat{B} = 60^\circ$ و در مثلث $\triangle ABM$ طبق قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{AM}{\sin \hat{B}} = 2r \xrightarrow[\hat{B}=60^\circ]{AM=R} r = \frac{R}{2 \sin 60^\circ} \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{R}{r} = \sqrt{3}$$





۲۴- در مثلث $\triangle ABC$ داریم $\hat{A} + \hat{C} = 60^\circ$ و $AB = 2BC = 12$. اندازه نیمساز داخلی زاویه B کدام است؟

۲/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۴ (۲)

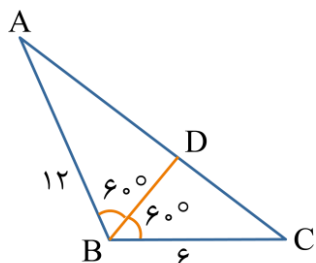
۳ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

روش اول

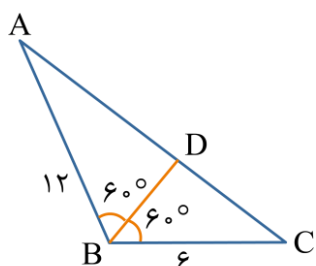
مطابق شکل و به کمک فرمول نیمساز داخلی داریم:



$$BD = \frac{2BA \cdot BC \cdot \cos 60^\circ}{BA + BC} = \frac{2 \times 6 \times 12 \times \frac{1}{2}}{6 + 12} = \frac{72}{18} = 4$$

روش دوم

ابتدا طول ضلع AC را به کمک قضیه کسینوس ها محاسبه می کنیم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \times BC \times \cos \hat{B}$$

$$\Rightarrow AC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \times 12 \times 6 \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow AC^2 = 144 + 36 - 2 \times 12 \times 6 \times (-\frac{1}{2}) = 252 \Rightarrow AC = \sqrt{252} \Rightarrow AC = 6\sqrt{7}$$

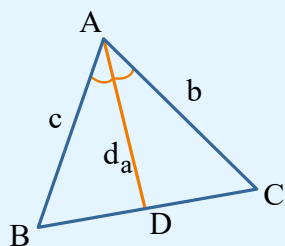
با فرض $DC = x$ و $AD = 6\sqrt{7} - x$ داریم:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{12}{6} = \frac{6\sqrt{7} - x}{x} \Rightarrow 2x = 6\sqrt{7} - x \Rightarrow x = 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow DC = 2\sqrt{7}, AD = 4\sqrt{7}$$

$$BD^2 = AB \times BC - AD \times DC \Rightarrow BD^2 = 12 \times 6 - 2\sqrt{7} \times 4\sqrt{7} \Rightarrow BD^2 = 72 - 56 = 16 \Rightarrow BD = 4$$

فرمول طول نیمساز زاویه داخلی

در شکل زیر، اگر d_a نیمساز زاویه A باشد، داریم:

$$d_a = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b + c}$$

••• bio •••

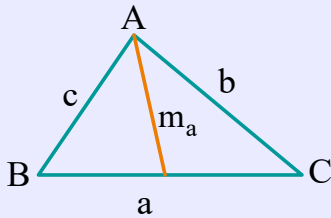
۲۵- در یک مثلث با اضلاع ۶، ۱۲ و ۱۴، طول میانه وارد بر ضلع بزرگ تر کدام است؟

 $\sqrt{52}$ (۴) $\sqrt{41}$ (۳) $\sqrt{33}$ (۲) $\sqrt{27}$ (۱)



قضیه میانه‌ها

اگر m_a ، m_b و m_c به ترتیب میانه‌های وارد بر اضلاع a ، b و c باشند، داریم:



$$a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}$$

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2}$$

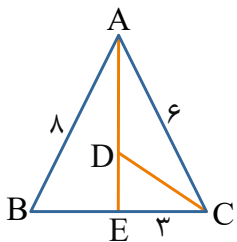
با توجه به درسنامه:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 12^2 + 6^2 = 2m_a^2 + \frac{14^2}{2}$$

$$\Rightarrow 144 + 36 - 98 = 2m_a^2 \Rightarrow 2m_a^2 = 82 \Rightarrow m_a^2 = 41 \Rightarrow m_a = \sqrt{41}$$

• • i • •

۲۶- در شکل مقابل، AE و CD نیمساز زوایا هستند. طول نیمساز CD کدام است؟



(۱) $\sqrt{10}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{2}$

(۴) ۴

با توجه به قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE} \Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{BE}{3} \Rightarrow BE = 4$$

حال طول نیمساز AE را به دست می‌آوریم:

$$AE^2 = 6 \times 8 - 3 \times 4 = 36 \Rightarrow AE = 6$$

با به کارگیری دوباره قضیه نیمسازها در مثلث AEC داریم:

$$\frac{CE}{AC} = \frac{ED}{AD} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{ED}{AD} \Rightarrow \begin{cases} ED = k \\ AD = 2k \end{cases}$$

$$AD + ED = k + 2k = 3k = 6 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow \begin{cases} ED = 2 \\ AD = 4 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

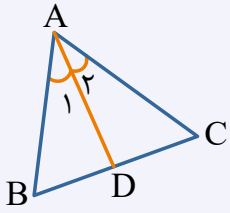
$$CD^2 = 6 \times 3 - 2 \times 4 = 10 \Rightarrow CD = \sqrt{10}$$



قضیه نیمساز زوایای داخلی



طبق قضیه نیمساز زوایای داخلی در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

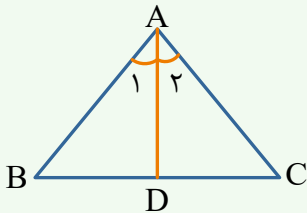


$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

طول نیمساز



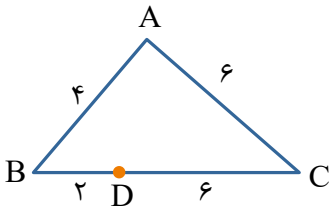
اگر AD نیمساز زاویه $\hat{A}$ باشد، داریم:



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$



۲۷- در مثلث $\triangle ABC$ ، طول اضلاع AB و AC به ترتیب ۶ و ۴ است و نقطه D روی BC طوری قرار دارد که فاصله آن از B و C به ترتیب ۲ و ۶ است. فاصله نقطه D از A کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۶

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

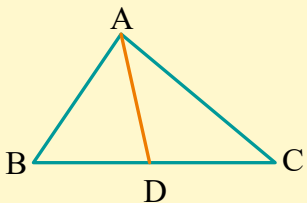
پاسخ: گزینه ۱



رابطه استوارت



در مثلث $\triangle ABC$ ، اگر نقطه دلخواه D روی BC باشد، داریم:



$$AB^2 \times DC + AC^2 \times DB = AD^2 \times BC + DB \times DC \times BC$$

به این رابطه، «رابطه استوارت» گویند.

طبق رابطه استوارت داریم:

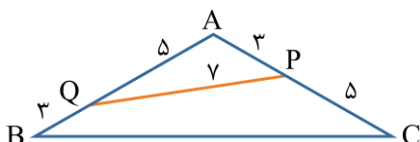
$$AB^2 \times DC + AC^2 \times DB = AD^2 \times BC + DB \times DC \times BC$$

$$4^2 \times 6 + 6^2 \times 2 = 8AD^2 + 6 \times 2 \times 8$$

$$\Rightarrow 8AD^2 = 96 + 72 - 96 \Rightarrow AD^2 = 9 \Rightarrow AD = 3$$



۲۸- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی PQBC کدام است؟



- (۱) $\frac{49\sqrt{3}}{4}$
- (۲) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$
- (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{8}$
- (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{8}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{8}$

ابتدا با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث $\triangle APQ$ ، زاویه $\hat{A}$ را به دست می‌آوریم:

$$PQ^2 = AP^2 + AQ^2 - 2AP \times AQ \cos \hat{A}$$

$$49 = 9 + 25 - 2(15) \cos \hat{A} \Rightarrow 30 \cos \hat{A} = -15 \Rightarrow \cos \hat{A} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

حال مساحت مثلث $\triangle ABC$ را با استفاده از زاویه $\hat{A}$ به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$$

و برای به دست آوردن مساحت چهارضلعی $PQBC$ ، مساحت $\triangle APQ$ را به دست آورده و از مساحت کل کم می‌کنیم.

$$S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AP \times AQ \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4} \sqrt{3}$$

$$S_{PQBC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APQ} = 16\sqrt{3} - \frac{15}{4} \sqrt{3} = \frac{49}{4} \sqrt{3}$$



۲۹- در مثلث $\triangle ABC$ ، $AC = 2AB = 4$ ، و زاویه $\hat{A} = 120^\circ$ است، فاصله پای میانه تا پای نیمساز وارد بر ضلع BC کدام است؟

$$\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

ابتدا به کمک قضیه کسینوس‌ها و مطابق شکل داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A} = 4 + 16 - 2(2)(4) \times \cos 120^\circ$$

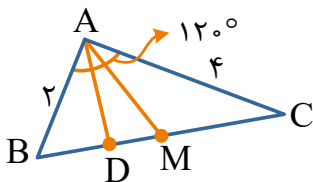
$$BC^2 = 20 + 8 = 28 \Rightarrow BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

از طرفی، به کمک قضیه نیمساز زوایای داخلی، داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{2}{4} = \frac{BD}{DC} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{1}{2+1} = \frac{BD}{CD+BD} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{BD}{2\sqrt{7}} \Rightarrow BD = \frac{2}{3} \sqrt{7}$$

و در نتیجه، اندازه MD برابر است با:

$$MD = BM - BD = \frac{BC}{2} - BD = \sqrt{7} - \frac{2}{3} \sqrt{7} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$





۳۰- در مثلث $\triangle ABC$ ، اگر $c = 3\sqrt{3}$ و $a \cos \hat{B} = b \cos \hat{A}$ و $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، محیط مثلث کدام است؟

- (۱) $3(2 + \sqrt{3})$ (۲) $6(1 + \sqrt{3})$ (۳) $3 + \sqrt{3}$ (۴) $6 + \sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} \quad (I)$$

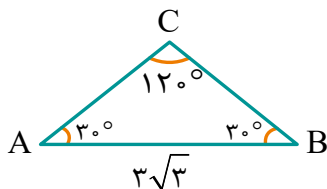
با استفاده از قضیه سینوس‌ها در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

با توجه به مفروضات سوال خواهیم داشت:

$$\frac{a}{b} = \frac{\cos \hat{A}}{\cos \hat{B}} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{A}}{\cos \hat{B}} \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} \Rightarrow \tan \hat{A} = \tan \hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \xrightarrow{\hat{C}=120^\circ} \hat{A} = \hat{B} = 30^\circ$$

پس مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است.



با استفاده از قضیه کسینوس‌ها می‌توانیم AC و BC را به دست آوریم. ببینید:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C} \xrightarrow{AC=BC=x} (3\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2x \times x \times (-\frac{1}{2}) \Rightarrow 27 = 3x^2 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow AC = BC = 3$$

پس محیط مثلث برابر است با:

$$\text{محیط} = 3 + 3 + 3\sqrt{3} = 6 + 3\sqrt{3} = 3(2 + \sqrt{3})$$



۳۱- چه تعداد از متغیرهای زیر، کیفی اسمی است؟

- (الف) گروه خونی افراد یک کلاس
(ب) نمرات آمار و احتمال دانش‌آموزان یک کلاس
(ج) قد دانش‌آموزان یک کلاس
(د) تعداد سرنشینان خودروهای عبوری
(هـ) میزان بارندگی در یک فصل شهر تهران
(و) تعداد خودروهای تولیدی شهر تهران در هر سال

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴

(آسان - مفهومی / ترکیبی - ۱۱۰۴)

بیان با متغیرها آشنا بشیم

متغیر کمی پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند.

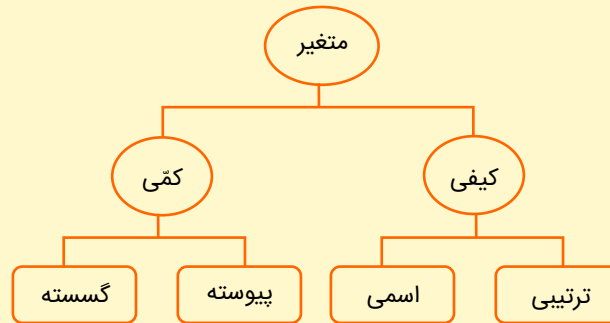
به عنوان مثال وزن یک دانش‌آموز می‌تواند ۴۶ کیلوگرم، ۴۷ کیلوگرم یا هر عددی بین این دو عدد باشد.

متغیر کمی گسسته: متغیری است که پیوسته نباشد، به عنوان مثال، تعداد فرزندان یک خانواده، یک متغیر کمی گسسته است.



متغیر کیفی ترتیبی: متغیری است که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد، به عنوان مثال سطح تحصیلات (دیپلم، فوق دیپلم، کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری)

متغیر کیفی اسمی (غیرترتیبی): متغیری کیفی است که ترتیب ندارد، مانند جنسیت (زن و مرد)



بررسی موارد:

الف) کیفی اسمی

ب) کمی گسسته، برای مثال نمرات می تواند به صورت ۱۹، ۲۵، ۱۹، ۵، ۱۹، ۷۵ و ۲۰ باشد.

ج) کمی پیوسته

د) کمی گسسته

ه) کمی پیوسته

و) کمی گسسته

بنابراین، فقط مورد الف، یعنی گروه خونی افراد یک کلاس، کیفی اسمی است.



۳۲- برای بررسی «تعداد قهرمانی تیم های مختلف اسپانیایی در لالیگا طی ۳۰ سال گذشته» و نیز برای بررسی «تعداد خودروهای تک سرنشین عبوری از خیابان اصلی یک شهر در یک ساعت» به ترتیب کدام یک از روش های آماری زیر مناسب تر است؟

(۱) مشاهده - پرسش نامه
(۲) دادگان - مشاهده
(۳) مصاحبه - دادگان
(۴) پرسش نامه - مصاحبه

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

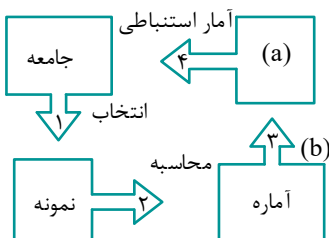
پاسخ: گزینه ۲

تعداد قهرمانی تیم های مختلف اسپانیایی در لالیگا در ادوار گوناگون، در سایت های معتبر وجود دارد و شیوه دادگان (مراجعه به آرشیو سایت های معتبر) بهترین گزینه برای بررسی تعداد قهرمانی هر تیم است.

و برای آمارگیری از خودروهای تک سرنشین عبوری از خیابان اصلی یک شهر در یک ساعت، بهترین شیوه، مشاهده است.



۳۳- با توجه به شکل مقابل، مکان های a و b جانشین کدام یک از موارد زیر هستند؟



(۱) برآورد a ، گردآوری b

(۲) برآورد a ، تخمین b

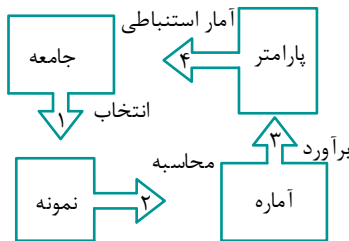
(۳) پارامتر a ، برآورد b

(۴) میانگین a ، برآورد b

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

شکل داده شده مربوط به صفحه ۱۱۳ کتاب درسی است. که با توجه به شکل مقابل می توان گفت که در آمار استنباطی، پارامتر یک جامعه، از روی انتخاب نمونه و محاسبه آماره اش، برآورد می شود.



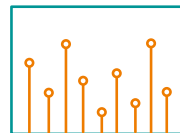
۳۴- در نمونه گیری خوشه ای معمولاً تفاوت از خوشه ای به خوشه دیگر و در نمونه گیری طبقه ای معمولاً تفاوت در اعضای درون هر طبقه است.

- (۱) کم - کم (۲) کم - زیاد (۳) زیاد - کم (۴) زیاد - زیاد

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

در نمونه گیری خوشه ای معمولاً تفاوت در درون خوشه ها نوسان دارد ولی از خوشه ای به خوشه دیگر تفاوت چندانی پیش بینی نمی شود، ببینید:



خوشه اول

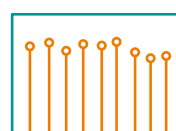


خوشه دوم

در نمونه گیری طبقه ای معمولاً تفاوت در درون طبقه ها نوسان کمتری داشته ولی از طبقه ای به طبقه دیگر، تفاوت زیادی دیده می شود:



طبقه اول



طبقه دوم

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



۳۵- از بین ۲۴۰ دانش آموز مدرسه که لیست آن ها را در اختیار داریم، می خواهیم ۱۲ نفر انتخاب کنیم. اگر نمونه گیری به روش سیستماتیک باشد و دانش آموز شماره ۵۳ انتخاب شده باشد، کدام شماره حتماً انتخاب شده است؟

- (۱) ۲۱۳ (۲) ۲۰۳ (۳) ۱۶۳ (۴) ۸۳

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

از بین ۲۴۰ دانش آموز می خواهیم ۱۲ نفر انتخاب کنیم، پس باید آن ها را به ۱۲ گروه تقسیم کنیم.

۱-۲۰، ۲۱-۴۰، ۴۱-۶۰، ...، ۲۲۱-۲۴۰

شماره ۵۳ در این گروه قرار دارد.

با توجه به اینکه شماره ۵۳، سیزدهمین نفر گروه است، باید از هر گروه نفر سیزدهم را انتخاب کنیم:

بررسی گزینه ها:

سیزدهمین عدد در هر دسته از جمع کردن عدد ۱۳ با آخرین عدد دسته قبل به دست می آید، با توجه به اینکه دسته ها ۲۰ تایی هستند:

$$213 = 200 + 13 \quad \checkmark$$

$$203 = 200 + 3 \quad \times$$





۳

$$۱۶۳ = ۱۶۰ + ۳ \times$$

۴

$$۸۳ = ۸۰ + ۳ \times$$



۳۶- از جامعه ۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲ نمونه‌ای به اندازه ۶ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که برآورد میانگین با پارامتر، یکسان باشد تقریباً چند درصد است؟

۱۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۸ (۲)

۳۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پارامتر جامعه برابر ۶ = $\frac{۲+۳+۳+۵+۷+۷+۹+۱۲}{۸}$ است. حال برای آن که میانگین ۶ عدد انتخابی نیز برابر ۶ باشد کافی است که میانگین دو عدد باقی‌مانده نیز برابر ۶ باشد (یعنی مجموع آن دو عدد ۱۲ باشد) که در ۴ مورد این اتفاق می‌افتد، پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{\binom{۸}{۶}} = \frac{۴}{\binom{۸}{۲}} = \frac{۴}{\frac{۸ \times ۷}{۲}} = \frac{۸}{۸ \times ۷} = \frac{۱}{۷} \approx ۰.۱۴۲$$

بنابراین احتمال موردنظر تقریباً برابر ۱۴ درصد است.

می‌دونی اون ۴ حالت چی بودن؟

گفتم که حالت‌هایی رو می‌خوایم که مجموعشون ۱۲ بشه. حالا بگو ببینم بین این اعداد به چند حالت می‌شه دو عدد انتخاب کرد که مجموعشون ۱۲ بشه؟ اگه نتونستی جواب بدی تو راهنمای زرنگ‌بازی منتظرتم!

راهنمای زرنگ‌بازی!

مازیا می‌دون که حتی وقتی عدد تکراری داریم هر کدوم رو یک عضو مجزا و مستقل حساب می‌کنیم. پس داریم:

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

۲, ۳, ۳, ۵, ۷, ۷, ۹, ۱۲

نکته حواست نباشه و بگی فقط $۹+۳=۱۲$ و $۵+۷=۱۲$ هستن و می‌شه دو حالت!



۳۷- داده‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۶۰ مفروض‌اند. تمام نمونه‌های چهار عضوی را در نظر گرفته و آماره‌های به‌دست آمده برای میانگین را به صورت دنباله‌ای صعودی می‌نویسیم. مجموع پنج عضو اول از آن دنباله، کدام است؟

۱۴/۲۵ (۴)

۱۴/۵ (۳)

۱۴/۷۵ (۲)

۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

چون دنباله مربوط به میانگین‌ها صعودی است و خواسته سؤال از ما پنج عضو اول آن دنباله است، بنابراین نمونه‌های ما به صورت زیر خواهند بود:

شماره	نمونه	اعداد	میانگین
۱	نمونه اول	۱, ۲, ۳, ۴	۲/۵
۲	نمونه دوم	۱, ۲, ۳, ۵	۲/۷۵
۳	نمونه سوم	۱, ۲, ۳, ۶	۳
۴	نمونه چهارم	۱, ۲, ۳, ۷	۳/۲۵
۵	نمونه پنجم	۱, ۲, ۴, ۵	۳



مجموع $\rightarrow 2/5 + 2/75 + 3 + 3 + 3/25 = 14/5$: دنباله مربوط به میانگین



۳۸- در یک مدرسه ۵۷۸ دانش آموز در ۱۷ کلاس ۳۴ نفری مشغول به تحصیل هستند، a و b هم کلاس بوده ولی c در کلاس دیگری است. اگر نمونه‌ای ۶۸ نفری به شیوه خوشه‌ای از آن مدرسه انتخاب شود، احتمال آن که a و b هر دو در آن نمونه باشند ولی c در آن نمونه حضور نداشته باشد، تقریباً چند درصد است؟

۶ (۴)

۱ (۳)

۱۷ (۲)

۱۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / ترکیبی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

ابتدا باید از بین ۱۷ کلاس موجود، دو کلاس را به تصادف انتخاب کنیم که در این صورت فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \binom{17}{2} = \frac{17 \times 16}{2} = 17 \times 8 = 136$$

حال پیشامد مطلوب به گونه‌ای است که کلاسی که a و b در آن حضور دارند، انتخاب شود و یک کلاس بعدی نیز از بین ۱۵ کلاس دیگر انتخاب گردد. واضح است کلاسی که فرد c در آن حضور دارد، باید کنار گذاشته شود، پس:

$$n(A) = \underbrace{\binom{1}{1}}_{\substack{\text{انتخاب کلاسی که} \\ \text{فرد a, b در آن} \\ \text{حضور دارند}}} \times \underbrace{\binom{15}{1}}_{\substack{\text{یک کلاس} \\ \text{از بین ۱۵} \\ \text{کلاس دیگر}}} = 1 \times 15 = 15$$

در نتیجه:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{136} \approx 0.110$$

بنابراین احتمال موردنظر تقریباً ۱۱ درصد است.



۳۹- اگر بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه‌ای به صورت $(2/93, 3/81)$ و انحراف معیار جامعه برابر $2/2$ باشد، اندازه نمونه کدام است؟

۲۵۰ (۴)

۴۰۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۵۰ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

بازه برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵ درصد

بازه برآورد میانگین با اطمینان بیش از ۹۵٪ به فرم زیر است:

$$\left[\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

که n حجم نمونه و σ انحراف معیار جامعه و $\bar{x}$ میانگین نمونه می‌باشد.

نتیجه) طول بازه برآورد میانگین برابر است با:

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$$



می‌دانیم که طول بازه برآورد میانگین برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است. حال با توجه به این که $\sigma = 2/2$ است، داریم:

$$\begin{cases} \text{طول بازه: } b - a = 3/81 - 2/93 = 0/88 \\ \sigma = 2/2 \end{cases}$$

$$b - a = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0/88 = \frac{4 \times 2/2}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{8/8}{0/88} = 10 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} n = 100$$

بنابراین اندازه نمونه برابر ۱۰۰ است.



۴۰- در جامعه‌ای با واریانس $7/84$ ، حداقل اندازه نمونه‌ها چقدر باشد تا یقین حاصل کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین‌ها کمتر یا مساوی $0/56$ باشد؟

۴۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۵ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



واریانس جامعه برابر $7/84$ است، پس:

$$\sigma^2 = 7/84 \Rightarrow \sigma = \sqrt{7/84} = 2/8$$

از طرفی می‌دانیم که انحراف معیار برآورد میانگین‌ها نیز باید کمتر یا مساوی $0/56$ باشد:

$$\sigma_{\bar{x}} \leq 0/56 \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 0/56 \Rightarrow \frac{2/8}{\sqrt{n}} \leq 0/56 \Rightarrow \sqrt{n} \geq \frac{2/8}{0/56}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} \geq 5 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} n \geq 25 \Rightarrow n_{\min} = 25$$

انحراف معیار میانگین



انحراف معیار میانگین برابر است با:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$





برای دیدن پاسخنامه ویدئویی آزمون
QR Code بالا را اسکن یا روی آن کلیک کنید!

فیزیک ۱: دما و گرما (صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶)
فیزیک ۲: القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب (صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰)

بودجه‌بندی
این آزمون

پایه دهم: ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور - پایه یازدهم: ۱ یا ۲ تست از ۳۵ تست کنکور

سهم در
کنکور

پایه دهم (بخش انتخابی)

۴۱- دمای هوای شهرستان آباده در یک روز زمستانی -10°C می‌باشد، این دما برحسب کلوین و فارنهایت به ترتیب کدام است؟

(۴) ۲۸۳ و ۱۴

(۳) ۲۶۳ و ۱۴

(۲) ۲۸۳ و ۵۰

(۱) ۲۶۳ و ۵۰

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

تبدیل دما به کلوین:

$$T = \theta + ۲۷۳ \Rightarrow T = -۱۰ + ۲۷۳ \Rightarrow T = ۲۶۳$$

گام آخر:

تبدیل دما به فارنهایت:

$$F = \frac{۱}{۸}\theta + ۳۲ \Rightarrow F = \frac{۱}{۸} \times (-۱۰) + ۳۲ = ۱۴$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

دمای ۱۲۲ درجه فارنهایت معادل با چند درجه سلسیوس و چند کلوین است؟

(۴) ۵۹ و ۳۲۳

(۳) ۵۹ و ۳۳۲

(۲) ۵۰ و ۳۲۳

(۱) ۵۰ و ۳۳۲

پاسخ تشریحی:

گام اول: با استفاده از رابطه دما در مقیاس فارنهایت و سلسیوس می‌توان نوشت:

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \rightarrow ۱۲۲ = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \rightarrow ۹۰ = \frac{۹}{۵}\theta \rightarrow \theta = ۵۰^{\circ}\text{C}$$

گام دوم: این دما در مقیاس کلوین برابر است با:

$$T = \theta + ۲۷۳ \xrightarrow{\theta=۵۰^{\circ}\text{C}} T = ۵۰ + ۲۷۳ = ۳۲۳\text{K}$$

پاسخ: گزینه ۲



۴۲- مساحت یک ورقه مسی ۱۰cm^2 است. اگر دمای ورقه را ۲۰°C افزایش دهیم، مساحت آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

$$\left(\alpha_{\text{مس}} = ۱۷ \times ۱۰^{-۶} \frac{1}{\text{K}}\right)$$

(۴) ۳/۴

(۳) ۰/۰۳۴

(۲) ۶/۸

(۱) ۰/۰۶۸

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

همان‌طور که می‌دانیم افزایش مساحت، (ΔA) ، از رابطه $\Delta A = ۲\alpha A_1 \Delta T$ به دست می‌آید که در آن A_1 مساحت اولیه، α ضریب انبساط طولی و ΔT افزایش دما می‌باشد. پس با محاسبه ΔA داریم:

$$\Delta A = ۲\alpha A_1 \Delta T = ۲ \times (۱۷ \times ۱۰^{-۶}) \times (۱۰۰) \times (۲۰) = ۶۸ \times ۱۰^{-۳} \text{cm}^2$$



برای محاسبه درصد افزایش مساحت ورقه مسی از رابطه $\left(\frac{\Delta A}{A_1} \times 100\right)$ استفاده می کنیم:

$$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{68 \times 10^{-3}}{100} \times 100 = 68 \times 10^{-3} = 0.068\%$$

راه نجات

$$\text{درصد تغییر سطح} = 20.0 \alpha \Delta \theta = 20.0 \times 17 \times 10^{-6} \times 20 = 0.068\%$$



۴۳- تکه فلزی به جرم 1000g و چگالی $25 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را درون ظرفی با ظرفیت گرمایی $5700 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}$ که حاوی $1/5\text{kg}$ آب است، می اندازیم. فلز گرمای Q را از دست می دهد و دمای آب و ظرف 5°C افزایش می یابد تا مجموعه به تعادل گرمایی برسد. در صورتی که تغییر حجم فلز در این فرایند 0.06cm^3 باشد، ضریب انبساط حجمی آن چند واحد SI است؟

$$(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}, c_{\text{فلز}} = 600 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}})$$

$$1/5 \times 10^{-5} \quad (4)$$

$$5 \times 10^{-5} \quad (3)$$

$$5 \times 10^{-4} \quad (2)$$

$$1/5 \times 10^{-4} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی / ترکیبی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

چون فلز گرما از دست داده و ظرف و آب گرما می گیرند و دمای آن ها افزایش می یابد، پس می توان نوشت:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{ظرف}} = |Q_{\text{فلز}}| \rightarrow mc_{\text{آب}}\Delta\theta + C_{\text{ظرف}}\Delta\theta = |mc_{\text{فلز}}\Delta\theta'|$$

$$(1/5 \times 4200 \times 0/5) + (5700 \times 0/5) = 1 \times 600 \times |\Delta\theta'| \rightarrow |\Delta\theta'| = 10^\circ\text{C}$$

گام آخر:

حالا با دانستن تغییر حجم فلز، می توان از رابطه $\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta\theta$ ضریب انبساط حجمی را به دست آورد:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m}{\rho} = \frac{1000}{25} = 40 \text{ cm}^3$$

$$0.06 = 3\alpha \times 40 \times 10 \rightarrow 3\alpha = 1/5 \times 10^{-4} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

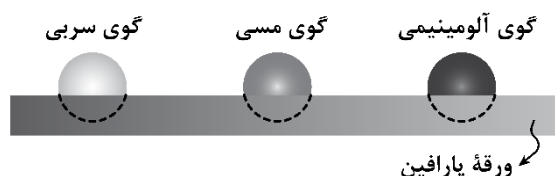


۴۴- سه گوی فلزی از جنس های مختلف که همگی جرم یکسانی دارند را توسط ریسمان هایی داخل ظرف آبی که در حال جوشیدن است، قرار داده و پس از مدتی طولانی، گوی ها را بیرون آورده و آن ها را مطابق شکل، روی یک ورقه پارافین قرار می دهیم. چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

الف: دمای اولیه هر سه گوی، یکسان و مقدار پارافین ذوب شده توسط هر سه گوی نیز، یکسان است.

ب: گوی با ظرفیت گرمایی بالاتر، دمای نهایی بیش تری دارد.

پ: گوی ها، ورقه پارافین را در زمان های یکسان ذوب می کنند.



۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

هر سه گوی، ابتدا درون آب در حال جوشیدن بوده‌اند؛ بنابراین، دمای اولیه هر سه گوی، یکسان است. وقتی گوی‌ها بر روی پارافین قرار می‌گیرند، دمای آن‌ها شروع به کاهش می‌کند تا با محیط، هم‌دمای شوند. جرم گوی‌ها یکسان است، اما چون از جنس‌های مختلف هستند، ظرفیت گرمایی متفاوتی دارند. در نتیجه، گویی که ظرفیت گرمایی بالاتری دارد، پارافین بیش‌تری را ذوب می‌کند. (*)

هر سه گوی در نهایت با محیط به تعادل گرمایی می‌رسند و با آن هم‌دمای می‌شوند؛ بنابراین، دمای نهایی هر سه گوی، یکسان است. (*)

گوی‌ها بسته به جنس خود، ورقه پارافین را در زمان‌های متفاوت ذوب می‌کنند. (*)

اگر مورد «پ» رو با شک و تردید جواب دادی، واجبه که بری در کتاب درسی به توضیح همین شکل نگاه کنی.

✓ گرما، نوعی انرژی است که به دلیل اختلاف دما از جسم با دمای بیش‌تر به جسم با دمای کم‌تر منتقل می‌شود و یکای آن در SI ژول (J) است.

✓ گرما انرژی در حال گذار است یعنی داشتنی نیست، پس اشاره به گرمای موجود در یک جسم غلط است.

✓ ظرفیت گرمایی (C): مقدار گرمایی که باید به جسم داده شود تا دمای آن را یک کلوین (یا 1°C) افزایش دهد، ظرفیت گرمایی گویند.

ظرفیت گرمایی به جنس و جرم ماده وابسته بوده و یکای آن در SI $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ است.

✓ گرمای ویژه (c): مقدار گرمایی که به یک کیلوگرم از جسم باید داده شود تا دمای آن یک کلوین (یا 1°C) افزایش یابد، گرمای ویژه گویند.

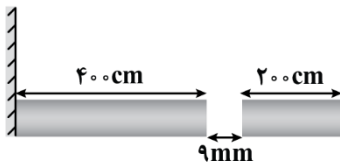
گرمای ویژه فقط به جنس جسم وابسته بوده و یکای آن در SI $\frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ است.

✓ رابطه ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه:

$$C = mc$$



۴۵- در شکل زیر، دو میله فلزی هم‌جنس در دمای -35°C به صورت افقی، با فاصله 9mm مقابل هم قرار گرفته‌اند. اگر دمای میله‌ها را حداقل به 65°C برسانیم، دو میله به یکدیگر می‌رسند. ضریب انبساط طولی میله‌ها چند بر درجه فارنهایت است؟ (میلۀ سمت چپ به یک دیوار قائم ثابت وصل شده است).



$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{9}{5} \times 10^{-5} \\ (4) \quad & \frac{5}{6} \times 10^{-5} \end{aligned}$$

$$(1) \quad 10^{-5}$$

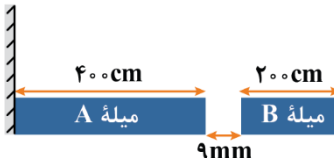
$$(3) \quad \frac{3}{2} \times 10^{-5}$$

چون ضریب انبساط طولی میله‌ها برحسب $\frac{1}{^{\circ}\text{F}}$ خواسته شده است، پس ساده‌ترین راه این است که تغییر دمای میله‌ها را برحسب درجه فارنهایت به دست آوریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 = 65 - (-35) = 100^{\circ}\text{C}} \Delta F = \frac{9}{5} \times 100 = 180^{\circ}\text{F}$$



امیدوارم حواستان باشد که میله سمت چپ چون از یک طرف به دیوار قائم ثابت وصل شده، پس کل تغییر طول آن از سمت راست اتفاق می‌افتد ولی در میله سمت راست، چون هر دو طرف میله آزاد است؛ بنابراین فقط نصف تغییر طول آن مربوط به پرشدن فضای خالی بین دو میله خواهد بود و داریم:

$$\Delta L_A + \frac{1}{2} \Delta L_B = 9 \times 10^{-3}$$


$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta F, \alpha_A = \alpha_B = \alpha \rightarrow L_1 \alpha \Delta F + \frac{1}{2} L_2 \alpha \Delta F = 9 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow (4 + 1) \times \alpha \times 180 = 9 \times 10^{-3} \Rightarrow 900 \alpha = 9 \times 10^{-3} \Rightarrow \alpha = 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{F}}$$

رفع ابهام

این‌که در صورت سؤال گفتیم دمای میله‌ها را حداقل به 65°C می‌رسانیم، یعنی میله‌ها بدون این‌که نیرویی به هم وارد کنند به یکدیگر می‌رسند و فضای خالی بین آن‌ها پر می‌شود.

سوتی‌های پرتکرار

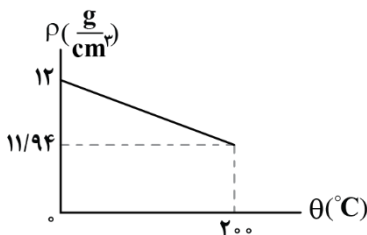
اگر ضریب انبساط طولی میله‌ها را برحسب $\frac{1}{K}$ به دست آورید و به $\frac{1}{^\circ\text{F}}$ تبدیل نکنید در دام گزینه (۲) می‌افتید. اگر هم کل تغییر طول میله سمت راست را لحاظ کنید در دام گزینه (۴) می‌افتید و در این مورد هم اگر حواستان به تبدیل یکای α نباشد در دام گزینه (۳) می‌افتید.

راهنمای مسیрт

به بهانه این تست می‌خواهیم دو مورد را به شما یادآور شویم. مورد (۱) این‌که چطور ضریب انبساط طولی را برحسب $\frac{1}{^\circ\text{F}}$ به دست آوریم و مورد (۲) این‌که وقتی یک طرف میله باز نیست و یا هر دو طرف میله باز است، نحوه تغییر طول میله‌ها را چگونه در نظر بگیریم تا فاصله بین میله‌ها پر شود. توصیه می‌کنیم حتماً این تست رو هایلایت کنید تا در دفعات بعدی حتماً مرورش کنید.



۴۶- نمودار تقریبی تغییر چگالی فلزی برحسب تغییر دمای آن مطابق شکل است. اگر دمای این فلز را 160 کلوین کاهش دهیم، چگالی آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



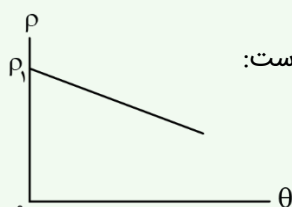
- (۱) 0.4 ، کاهش
- (۲) 0.4 ، افزایش
- (۳) 4 ، افزایش
- (۴) 4 ، کاهش

(متوسط - نموداری - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



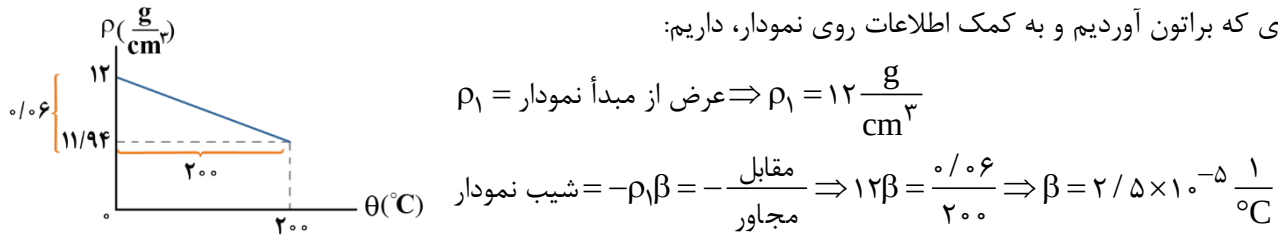
رابطه تقریبی تغییر چگالی برحسب تغییر دما به صورت $\Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta T$ بوده و نمودار آن مطابق شکل زیر است:



ρ_1 = عرض از مبدأ نمودار و $-\rho_1 \beta$ = شیب نمودار

گام اول:

با توجه به نکته‌ای که براتون آوردیم و به کمک اطلاعات روی نمودار، داریم:



گام آخر:

می‌دانیم درصد تغییر چگالی از رابطه $\beta \Delta T$ به دست می‌آید. با توجه به این که $\beta = 3 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ و $\Delta T = -160^\circ\text{C}$ است، داریم:

$$\text{درصد تغییر چگالی} = \beta \Delta T = 3 \times 10^{-5} \times (-160) = -0.4\%$$

پس چگالی فلز، ۰/۴ درصد افزایش می‌یابد.

سوتی‌های پرتکرار

اگر حواستون به کاهش دما نباشه و به اشتباه $\Delta T = +160^\circ\text{C}$ بگیری در دام گزینه (۱) گرفتار می‌شینی.



۴۷- چند کیلوژول گرما لازم است تا یک قطعه ۵۰ گرمی مس در نقطه ذوب خود به طور کامل ذوب شود؟ ($L_F = 134 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

۷/۶ (۴)

۷۶ (۳)

۶/۷ (۲)

۶۷ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

چون مس در نقطه ذوب خود قرار دارد؛ بنابراین مقدار گرمای مورد نیاز برای ذوب کامل آن برابر است با:

$$Q = +mL_F = 50 \times 10^{-3} \times 134 = 6.7 \text{ kJ}$$



۴۸- ۴۰۰ گرم نقره با دمای 71°C درون یک کوره با توان 5 kW و راندمان ۶۰ درصد قرار دارد. چند ثانیه طول می‌کشد تا کل نقره

به طور کامل ذوب شود؟

نقطه ذوب نقره ($^\circ\text{C}$)	گرمای نهان ذوب نقره ($\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)	گرمای ویژه نقره ($\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)
۹۶۰	۹۰	۲۴۰

۱۲ (۱)

۲۰ (۲)

۱۲۰ (۳)

۲۰۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

توان مفید کوره را به دست می‌آوریم:

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \Rightarrow 60 = \frac{P_{\text{مفید}}}{5000} \times 100 \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 3000 \text{ W}$$

گام دوم:

با توجه به این که نقطه ذوب نقره 960°C است مراحل این فرایند را می‌نویسیم:

$$\boxed{71^\circ\text{C} \text{ نقره با دمای}} \xrightarrow[Q_1 = mc\Delta\theta]{\text{تغییر دما}} \boxed{960^\circ\text{C} \text{ نقره با دمای}} \xrightarrow[Q_2 = mL_F]{\text{تغییر حالت}} \boxed{960^\circ\text{C} \text{ نقره مذاب با دمای}}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 0.4 \times 240 \times (960 - 71) + 0.4 \times 90 \times 10^3 = 6 \times 10^4 \text{ J}$$



رابطه توان را برای کوره نوشته و زمان ذوب نقره را به دست می آوریم:

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow 3000 = \frac{6 \times 10^4}{t} \Rightarrow t = 20s$$

سوئی های پرتکرار

اگر بازده را در محاسبات در نظر نگیرید به گزینه (۱) می رسید.

راهنمای مسیرت

این سؤال هم فقط برای به دام انداختن اون دسته از دانش آموزانی هست که فقط مراحل مربوط به فرایندهای آب و یخ رو حفظ کردند. پس باید یاد بگیرید که براساس دمای ذوب و جوش مراحل مربوطه رو برای همه اجسام بنویسید.

ذوب و انجماد

در فرایند ذوب، جسم جامد گرما می گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از جامد به مایع تغییر کند. گرما در این حالت برابر است با:

$$Q_F = +mL_F \quad L_F \text{ یکای } \frac{J}{kg}$$

در رابطه بالا، L_F گرمای نهان ویژه ذوب و انجماد است که وابسته به جنس ماده است.

گرمای نهان ویژه ذوب: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از جسم جامد می گیرد تا بدون تغییر دما در نقطه ذوب به مایع تبدیل شود.

در فرایند انجماد، مایع گرما از دست می دهد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به جامد تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای لازم برای ذوب است.

$$Q_{\text{انجماد}} = -mL_F \quad Q_{\text{انجماد}} < 0$$

تبخیر و میعان

در فرایند تبخیر، مایع گرما می گیرد تا در دمای ثابت، حالت آن از مایع به بخار (گاز) تغییر کند. دقت کنید که تبخیر در هر دمای می تواند رخ دهد. برای محاسبه گرمای تبخیر داریم:

$$Q_V = mL_V \quad L_V \text{ یکای } \frac{J}{kg}$$

در رابطه بالا، L_V گرمای نهان ویژه تبخیر و میعان است که وابسته به جنس ماده و دمای آن است.

گرمای نهان ویژه تبخیر: مقدار گرمایی است که یک کیلوگرم از مایع می گیرد تا بدون تغییر دما به بخار تبدیل شود.

در فرایند میعان که برعکس تبخیر است، گاز، گرما از دست می دهد تا در دمای ثابت به مایع تبدیل شود. گرمای مبادله شده در این حالت، قرینه گرمای لازم برای تبخیر است و به صورت زیر به دست می آید:

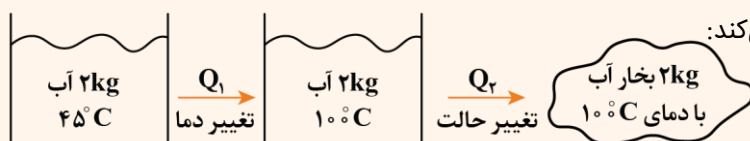
$$Q_{\text{میعان}} = -mL_V \quad Q_{\text{میعان}} < 0$$

یه نمونه باحال

به ۲ kg آب 45°C گرما می دهیم تا به طور کامل به بخار آب 100°C تبدیل شود. چه کسری از گرمای داده شده به آب صرف تغییر حالت آن شده است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{J}{kg.K}$ و $L_V = 2310 \frac{kJ}{kg}$)

پاسخ:

ابتدا توجه کنید که دما و حالت جسم مطابق شکل مقابل تغییر می کند:



$$Q_1 = mc\Delta\theta = 2 \times 4200 \times 55 = 110 \times 4200 \text{ J}$$

$$Q_2 = mL_V = 2 \times \overbrace{2310}^{55 \times 42} \times 10^3 = 1100 \times 4200 \text{ J}$$

$$\rightarrow Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 = 110 \times 4200 + 1100 \times 4200 = 1210 \times 4200 \text{ J}$$

در ادامه نسبت گرمای تغییر حالت (Q_2) را به کل گرما می‌خواهیم:

$$\frac{Q_2}{Q_{\text{کل}}} = \frac{1100 \times 4200}{1210 \times 4200} = \frac{110}{121} = \frac{10}{11}$$

بنابراین $\frac{10}{11}$ گرما صرف تغییر حالت و $\frac{1}{11}$ آن صرف تغییر دما شده است.



۴۹- توجیه فیزیکی چه تعداد از موارد زیر، مربوط به تبخیر سطحی است؟

الف: کوزه‌های سفالی می‌توانند آب درون خود را خنک کنند.

ب: برای جلوگیری از سرد شدن بیش از حد یک سالن، یک تشت بزرگ پر از آب را در سالن قرار می‌دهند.

پ: تمیز کردن محل تزریق سرم با الکل، سبب احساس خنکی در آن محل می‌شود.

ت: در گروهی از جانوران خونگرم و انسان، تعریق بدن باعث تنظیم دمای بدن آن‌ها می‌شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

بررسی موارد:

الف تبخیر سطحی (✓)

تراوش آب از داخل کوزه به سطح آن و تبخیر سطحی باعث جذب گرمای آب درون کوزه و خنک شدن آن می‌شود.

ب گرمای ویژه بالای آب (✗)

گرمای ویژه بالای آب باعث می‌شود تا با کاهش اندک دمای آن، گرمای زیادی را به محیط پیرامون خود منتقل کند. از این خاصیت برای تعدیل دمای هوای محیط سالن‌های بسته استفاده می‌شود.

پ تبخیر سطحی (✓)

الکل پخش شده بر روی پوست، برای تبخیر سطحی گرمای پوست را جذب می‌کند و سبب احساس خنکی می‌شود.

ت تبخیر سطحی (✓)

عرقی که بر روی پوست بدن پخش می‌شود با جذب گرما از بدن، تبخیر می‌شود و سبب کاهش دمای بدن می‌شود.

عوامل مؤثر بر آهنگ تبخیر سطحی مایع

۱- تبخیر سطحی با **افزایش دما زیاد** می‌شود. درواقع مولکول‌ها برای آن‌که بتوانند از سطح آزاد مایع فرار کنند باید انرژی جنبشی لازم برای فرار از چنگ کشش سطحی را داشته باشند و بدیهی است که این با افزایش دما بیشتر می‌شود. وانگهی کشش سطحی مایع نیز با افزایش دما کم می‌شود که این هم به تبخیر ساده‌تر مایع می‌انجامد.

۲- **افزایش مساحت** نیز موجب **افزایش** تبخیر سطحی می‌شود چراکه هر چه مساحت سطح آزاد بیشتر شود بدیهی است که مولکول‌های بیش‌تری برای فرار از سطح آزاد مایع وجود خواهد داشت.

۳- اگر سطح آزاد مایع را در معرض **نسیم** یا **باد طبیعی** و یا **مصنوعی** قرار دهیم آهنگ تبخیر سطحی **افزایش** می‌یابد.

۴- اگر **فشار هوا** بر سطح آزاد مایع **کاهش** یابد و ظرف در محیطی با خلأ نسبی قرار گیرد آهنگ تبخیر سطحی **افزایش** می‌یابد.

نکته

برای تبخیر سطحی نیز می‌توان از رابطه $Q = mL_V$ استفاده کرد، فقط بایستی L_V در همان دمای مربوطه را وارد کنیم.

با گرم کردن مایع به دمای مشخصی می‌رسیم که در آن حباب‌های گاز از درون مایع بالا می‌آیند که نشانه‌ای از آغاز فرایندی موسوم به جوشیدن است به این دمای مشخص نقطه جوش می‌گویند. در جوشیدن کل مایع در فرایند تبخیر شرکت می‌کند. به فرایند تبخیر تا پیش از رسیدن به نقطه جوش، تبخیر سطحی و به فرایند تبخیر در نقطه جوش اصطلاحاً جوشیدن می‌گویند درحالی‌که هر دو فرایند تبخیرند.

گرمای نهان تبخیر هر مایع به **جنس** و **دمای آن** بستگی دارد.
گرمای نهان تبخیر آب با **افزایش دمای آن کاهش** می‌یابد.
نقطه جوش هر مایع به **جنس** و **فشار** وارد بر آن بستگی دارد.
افزایش فشار وارد بر مایع سبب **بالا رفتن نقطه جوش** آن می‌شود.
افزودن **ناخالصی نقطه جوش** را **افزایش** می‌دهد.

تمرین

تحقیق کنید کوزه‌های سفالی چگونه می‌توانند آب داخل خود را خنک کنند.

پاسخ تشریحی:



آبی که از دیواره‌های متخلخل کوزه به بیرون تراوش کرده بخار می‌شود و ضمن تبخیر از کوزه و آب داخل آن، گرمای لازم (گرمای نهان تبخیر) را می‌گیرد. حال اگر نسیمی بوزد این عمل تشدید می‌شود؛ زیرا همان‌طور که گفتیم در حین تبخیر، مولکول‌های آب از آن جدا می‌شوند تا به هوای مجاور خود بروند. مقداری انرژی صرف می‌شود تا این مولکول‌ها از جاذبه مولکول‌های سطح آب رها شوند. بسیاری از این مولکول‌ها، مثلاً با برخورد با مولکول‌های هوا، به سطح آب باز می‌گردند؛ اما اگر هوا با یک نسیم حرکت کند این مولکول‌های آزادشده از محل دور می‌شوند و نمی‌توانند انرژی را برگردانند. اگر این از دست دادن انرژی سریع باشد، دمای آب پیش از آن‌که انرژی قابل‌توجهی از محیط به آب انتقال یابد، فرو می‌افتد؛ بنابراین اگر یک کوزه متخلخل در سایه قرار داده شود، وزش یک نسیم می‌تواند آب داخل کوزه را با جدا کردن مولکول‌های بخار شده از آبی که از دیواره کوزه به بیرون تراویده است خنک کند. عرق کردن بدن و یا خیساندن لباس و پوشیدن آن و سپس قرار گرفتن در زیر سایه و محلی بادگیر نیز به‌طور مشابه می‌تواند باعث خنک شدن شخص شود.



۵۰- در یک گلخانه برای جلوگیری از سرد شدن بیش‌از حد سالن در شب‌هنگام، یک تشت بزرگ آب به دمای 17°C را در سالن قرار داده‌اند. اگر ۱۰ درصد آب درون تشت یخ بزند و $12/6 \text{ MJ}$ گرما به محیط پیرامونش منتقل شود، جرم آب باقی‌مانده در تشت

چند kg است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$

۱۳۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۰۸ (۲)

۹۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

جرم کل آب درون تشت را m در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\begin{cases} \text{آب } 17^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \\ (m) \quad (m) \\ \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \\ (0/1m) \quad (0/1m) \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = -12/6 \times 10^6 \Rightarrow mc_{\text{آب}}\Delta\theta - 0/1m \times L_F = -12/6 \times 10^6$$

$$\Rightarrow m \times 4200 \times (0 - 17) - 0/1m \times 336 \times 10^3 = -126 \times 10^5$$

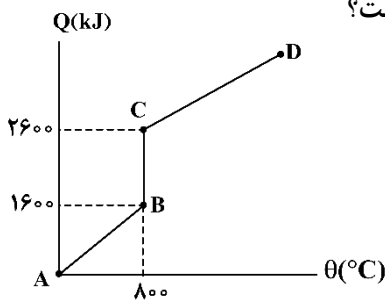
$$\xrightarrow{\div(-4200)} 17m + 8m = 3000 \Rightarrow m = \frac{3000}{25} = 120 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{جرم آب یخ‌زده} = 0/1 \times 120 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$$

بنابراین، 108 kg آب، درون تشت باقی مانده است $(120 - 12 = 108)$.

۵۱- به جسم جامدی با دمای صفر درجه سلسیوس گرما می‌دهیم. نمودار گرما برحسب دما برای این جسم مطابق شکل می‌باشد. اگر

گرمای ویژه این جسم در حالت جامد $400 \frac{J}{kg.K}$ باشد، گرمای نهان ذوب آن چند $\frac{J}{kg}$ است؟



- (۱) 10^2
- (۲) 2×10^2
- (۳) 10^5
- (۴) 2×10^5

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

گام اول:

در مرحله اول، جامد با دمای صفر درجه سلسیوس به جامد با دمای $800^\circ C$ تبدیل شده است:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1600 \times 10^3 = m \times 400 \times (800 - 0) \Rightarrow m = 5 kg$$

گام آخر:

در مرحله دوم (BC) چون دما ثابت مانده است پس فرایند ذوب رخ داده است.

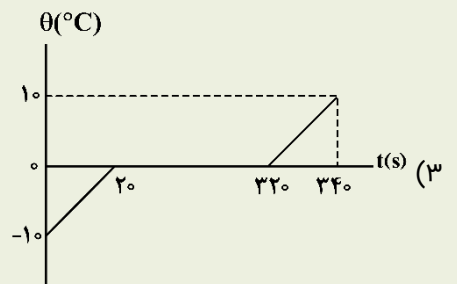
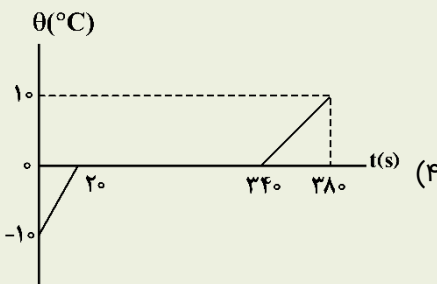
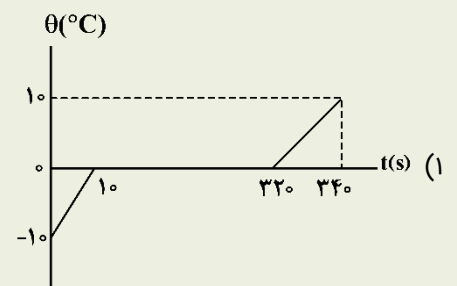
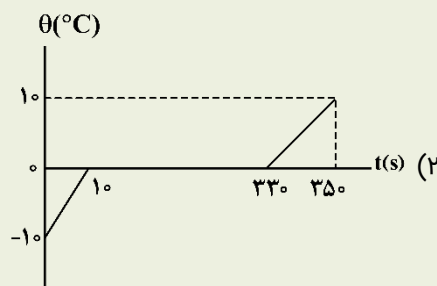
$$Q = mL_F \Rightarrow (2600 - 1600) \times 10^3 = 5L_F$$

$$\Rightarrow L_F = 2 \times 10^5 \frac{J}{kg}$$

کنکور سراسری خارج از کشور ۱۳۹۸

به $200 g$ یخ $-10^\circ C$ با آهنگ ثابت $210 \frac{J}{s}$ گرما می‌دهیم تا به آب $10^\circ C$ تبدیل شود. کدام نمودار، تغییرات دما را برحسب زمان درست

نشان می‌دهد؟ ($L_F = 336000 \frac{J}{kg}$, $c_{\text{یخ}} = 2200 \frac{J}{kg^\circ C}$)



پاسخ تشریحی:

$$Q_1 = m c_{\text{یخ}} \Delta\theta = \frac{2}{10} \times 2100 \times 10$$

یخ $-10^\circ C \rightarrow$ یخ صفر Q_1

$$\rightarrow Q_1 = 4200 \text{ J} \rightarrow P = \frac{Q_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{Q_1}{P} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{4200 \text{ J}}{210 \frac{\text{J}}{\text{s}}} = 20 \text{ s} \quad (1) \text{ و } (2)$$

$$Q_2 \xrightarrow{\text{یخ صفر}} \text{آب صفر} : Q_2 = mL_F = \frac{2}{10} \times 336000 = 67200 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{Q_2}{P} \rightarrow \text{زمان } \Delta t_2 = \frac{67200}{210} = 320 \text{ s} \rightarrow \text{زمان لازم از ابتدای تغییر حالت تا پایان تغییر حالت}$$

پس از $t = 20 \text{ s}$ تا $t = 320 + 20 \text{ s}$ یخ صفر به آب صفر تبدیل می‌شود که در گزینه (۴) مشاهده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴



۵۲- یک گرمکن الکتریکی به‌طور کامل در ۱۰۰ گرم آب درون یک گرماسنج قرار داده می‌شود. این گرمکن ابتدا در مدت یک دقیقه دمای آب و گرماسنج را از 36°C به 46°C و سپس، در مدت ۱۸ دقیقه، $\frac{1}{3}$ از جرم آب درون گرماسنج را به بخار تبدیل می‌کند.

$$\text{توان گرمکن چند وات است؟ } (L_V = 2268 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}})$$

(۴) ۲۰۰

(۳) ۱۵۰

(۲) ۱۰۰

(۱) ۵۰

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

در مدت یک دقیقه فرایندهای زیر طی شده است:

$$\begin{cases} 36^\circ\text{C آب} \xrightarrow{Q_1} 46^\circ\text{C آب} \\ 36^\circ\text{C گرماسنج} \xrightarrow{Q_2} 46^\circ\text{C گرماسنج} \end{cases}$$

$$Q_1 + Q_2 = P(\Delta t)_1 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + C_{\text{گرماسنج}} \Delta \theta_{\text{گرماسنج}} = P(\Delta t)_1$$

$$\Rightarrow 100 \times 10^{-3} \times 4200 \times (46 - 36) + C_{\text{گرماسنج}} \times (46 - 36) = P \times 60$$

$$\Rightarrow 4200 + 10 C_{\text{گرماسنج}} = 60P \Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} = 6P - 420 \quad (I)$$

گام دوم:

در مدت ۱۸ دقیقه بعدی، سه فرایند طی شده است:

$$\begin{cases} 46^\circ\text{C گرماسنج} \xrightarrow{Q_3} 100^\circ\text{C گرماسنج} \\ 46^\circ\text{C آب} \xrightarrow{Q_4} 100^\circ\text{C آب} \\ 100^\circ\text{C جرم آب } \frac{1}{3} \xrightarrow{Q_5} 100^\circ\text{C بخار آب} \end{cases}$$

$$Q_3 + Q_4 + Q_5 = P(\Delta t)_2 \Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} \Delta \theta_{\text{گرماسنج}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + (\frac{1}{3} m_{\text{آب}}) L_V = P(\Delta t)_2$$

$$\Rightarrow C_{\text{گرماسنج}} \times (100 - 46) + 100 \times 10^{-3} \times 4200 \times (100 - 46) + \frac{1}{3} \times 100 \times 10^{-3} \times 2268 \times 10^3 = P \times 18 \times 60$$

$$\Rightarrow 54 C_{\text{گرماسنج}} + 54 \times 420 + 54 \times 14 \times 100 = P \times 18 \times 60$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{54}} C_{\text{گرماسنج}} + 420 + 1400 = 20P \quad (II)$$

با جایگذاری گرماسنج C از رابطه (I) در رابطه (II) داریم:

$$6P - 420 + 420 + 1400 = 20P \Rightarrow P = 100W$$



۵۳- مقدار گرمایی که ۱۰۰g آب ۴۰°C را به بخار آب ۱۰۰°C تبدیل می‌کند، چند گرم یخ ۰°C را می‌تواند به آب ۰°C تبدیل کند؟
($L_F = 80^\circ C$ آب و اتلاف گرما ناچیز است.)

۱۳۰۰ (۴)

۶۵۰ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۷۵۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا مقدار گرمایی که ۱۰۰g آب ۴۰°C را به بخار آب ۱۰۰°C تبدیل می‌کند را مطابق طرح‌واره زیر به‌دست می‌آوریم:

$$40^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_1} 100^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_2} 100^\circ C \text{ بخار آب}$$

$$Q_t = Q_1 + Q_2 = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + mL_V = 0/1 \times c_{\text{آب}} \times (100 - 40) + 0/1 \times 540^\circ C_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow Q_t = 6c_{\text{آب}} + 54c_{\text{آب}} = 60c_{\text{آب}}$$

گام آخر:

حالا می‌خواهیم به کمک همین مقدار گرما، یخ ۰°C را ذوب کرده و به آب ۰°C تبدیل کنیم:

$$Q_t = Q_{\text{یخ}} \Rightarrow 60c_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} L_F \xrightarrow{L_F = 80^\circ C_{\text{آب}}} 60c_{\text{آب}} = m_{\text{یخ}} \times 80^\circ C_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{3}{4} \text{ kg} = 750 \text{ g}$$



۵۴- گرماسنجی با ظرفیت گرمایی $840 \frac{J}{K}$ دارای ۲۰۰g آب ۵۰°C است. اگر ۱۰۰g یخ ۲۰°C را وارد گرماسنج کنیم، پس از مدتی،

دمای تعادل چند درجه سلسیوس می‌شود؟ ($c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}} = 2100 \frac{J}{kg.K}$ و اتلاف انرژی ناچیز است.)

۲۵ (۴)

۱۵ (۳)

۱۸ (۲)

۲۲ (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به گزینه‌ها، فرض کنیم دمای تعادل برابر با θ باشد؛ بنابراین داریم:

گام اول:

تبدیل یخ ۲۰°C به آب θ درجه سلسیوس:

$$-20^\circ C \text{ یخ} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ C \text{ یخ} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_3} \theta^\circ C \text{ آب}$$

$$Q_{\text{آب}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}} + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta$$

$$= 0/1 \times 2100 \times 20 + 0/1 \times \underbrace{80 \times 4200}_{L_F} + 0/1 \times 4200 \times \theta$$

$$\Rightarrow Q_{\text{یخ}} = 4200 \times (1 + 8 + 0/10) = 4200 \times (9 + 0/10)$$

گام دوم:

تبدیل آب ۵۰°C به آب θ درجه سلسیوس:

$$Q_{\text{آب}} = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} = 0/2 \times 4200 \times (\theta - 50) = (0/20 - 10) \times 4200$$

تغییر دمای گرماسنج از 50°C به θ درجه سلسیوس:

$$Q_{\text{گرماسنج}} = (C\Delta\theta)_{\text{گرماسنج}} = 840 \times (\theta - 50) = 4200 \times (0/20 - 10)$$

$$Q_{\text{گرماسنج}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = 0 \rightarrow \text{اتلاف گرماناچیز است.}$$

$$\Rightarrow 4200(9 + 0/10 + 0/20 - 10 + 0/20 - 10) = 0 \Rightarrow 11 = 0/50 \Rightarrow \theta = 22^{\circ}\text{C}$$

راه نجات

دمای اولیه گرماسنج و آب برابر 50°C است و چون ظرفیت گرمایی گرماسنج، $0/2$ برابر گرمای ویژه آب است؛ پس می‌توان فرض کرد گرماسنج معادل با $0/2\text{kg}$ آب 50°C است. پس انگاری 400g آب 50°C را با 100g یخ 10°C مخلوط کرده‌ایم:

$$\theta = \frac{m_{\text{آب}}\theta_{\text{آب}} - m_{\text{یخ}}\left(\frac{1}{2}|\theta_{\text{یخ}}| + 80\right)}{m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}} = \frac{400 \times 50 - 100 \times (10 + 80)}{500} = \frac{11000}{500} = 22^{\circ}\text{C}$$

بررسی سؤالات تعادل گرمایی در حالتی که تغییر فاز وجود دارد و دما و حالت نهایی را می‌دانیم

در این حالت چون دمای نهایی را می‌دانیم، از ابتدا می‌دانیم که چه موادی تغییر حالت می‌دهند و چه موادی تغییر حالت نمی‌دهند؛ بنابراین می‌توانیم بازهم مثل قسمت قبل، از پایستگی انرژی استفاده کنیم. فقط باید دقت کنیم که گرما علاوه بر فرم $Q = mc\Delta\theta$ ، به فرم $Q = mL_F$ و $Q = mL_V$ هم می‌تواند وجود داشته باشد.

تذکر

$$\text{استفاده از رابطه } \theta = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2}{m_1c_1 + m_2c_2} \text{ فقط مربوط به وقتی است که تغییر حالت نداریم. در این بخش از این رابطه استفاده نکنید!}$$

هنگامی که مقداری آب و یخ در کنار یکدیگر قرار گیرند، آب که دمای بالاتری دارد، گرما از دست می‌دهد و یخ که دمای پایین‌تری دارد، این گرما را می‌گیرد، در اینجا دو حالت وجود خواهد داشت:

حالت اول: اگر آب و یخ با محیط، گرمایی مبادله نکنند؛ آن‌گاه:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = 0$$

حالت دوم: اگر آب و یخ گرمای Q' را با محیط مبادله کنند، آن‌گاه:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{یخ}} = Q'$$

نکات طلایی

۱- اگر به‌غیر از آب و یخ، جسم دیگری مانند فلز نیز در تبادل گرما شرکت داشته باشد، گرمایی که آن جسم نیز مبادله می‌کند باید با Q های دیگر جمع شود.

۲- اگر مقدار یکی از اجسام بسیار زیاد باشد، مانند قطعه یخ بزرگ یا استخر آب، دمای تعادل برابر با دمای آن جسم با مقدار زیاد خواهد بود. به‌عنوان مثال اگر فلزی با دمای 50°C ، روی قطعه یخ بزرگی با دمای صفر درجه سلسیوس قرار گیرد، مقداری از یخ صفر، ذوب شده و به آب صفر تبدیل می‌شود ولی دمای تعادل در نهایت برابر با دمای یخ یعنی صفر درجه سلسیوس خواهد شد و محصول نهایی، یخ، آب و فلز صفر درجه سلسیوس خواهد بود.

۳- تنها در دمای صفر درجه سلسیوس آب و یخ می‌توانند در کنار یکدیگر در تعادل گرمایی باشند، پس اگر در سؤالی گفته شود که در نهایت مقداری از یخ ذوب شده است، یعنی محصول نهایی آب و یخ است و این یعنی دمای تعادل 0°C است.

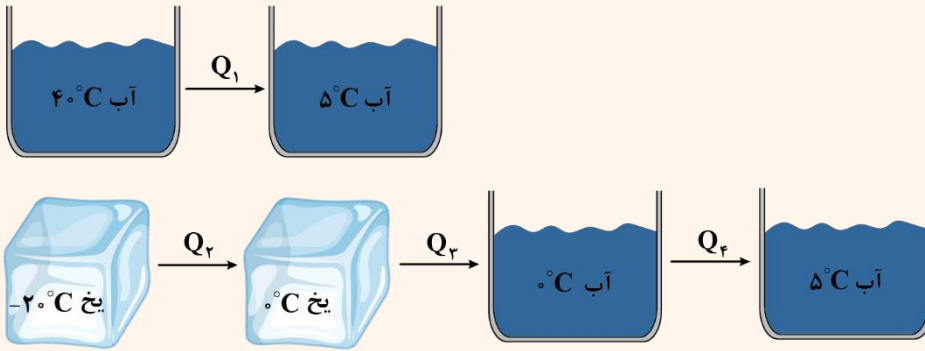
یه نمونه باحال

درون 4kg آب 40°C ، چند کیلوگرم یخ با دمای 20°C - بیندازیم تا دمای نهایی برابر 5°C شود؟

$$\left(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}} \text{ و } c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}\right)$$

پاسخ:

ابتدا دقت کنید که چون دمای نهایی 5°C است، حتماً تمام یخ ذوب شده است؛ بنابراین تغییر حالت را می‌دانیم. به شکل زیر توجه کنید:



پایستگی انرژی: $\overbrace{Q_1}^{\text{گرمای آب}} + \overbrace{Q_2 + Q_3 + Q_4}^{\text{گرمای یخ}} = 0$

$$\Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (5 - 40) + m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} (0 - (-20)) + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} (5 - 0) = 0$$

$$\frac{L_F = 80 c_{\text{آب}}}{c_{\text{یخ}} = \frac{c_{\text{آب}}}{2}} \rightarrow -35 m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} \times \frac{c_{\text{آب}}}{2} \times 20 + m_{\text{یخ}} \times 80 c_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \times 5 = 0$$

$$\frac{\text{تقسیم دو طرف معادله به } c_{\text{آب}}}{m_{\text{آب}} = 4 \text{ kg}} \rightarrow -35 \times 4 + m_{\text{یخ}} \times 10 + m_{\text{یخ}} \times 80 + m_{\text{یخ}} \times 5 = 0$$

$$\Rightarrow -140 + 95 m_{\text{یخ}} = 0 \Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{140}{95} = \frac{28}{19} \text{ kg} \approx 1.47 \text{ kg}$$

نتیجه: معمولاً در سؤالات تعادل آب و یخ می‌توانیم از روابط زیر استفاده کنیم:

$$c_{\text{یخ}} = \frac{1}{2} c_{\text{آب}}, \quad L_F = 80 c_{\text{آب}}$$

به عبارتی می‌توان در محاسبات از $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ فاکتور گرفت و در نهایت آن را ساده کرد.

کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۱

یک کیلوگرم یخ -10°C را در فشار یک اتمسفر درون مقداری آب 20°C می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای آب به 5°C

برسد، جرم آب چند کیلوگرم است؟ $(L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{آب}} = 2 c_{\text{یخ}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}})$

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

پاسخ تشریحی:

روش اول:

$$-10^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1} 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_3} 5^{\circ}\text{C} \xleftarrow{Q_4} 20^{\circ}\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c \Delta\theta_1 + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{یخ}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_3 + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta = 0$$

برای راحتی محاسبات، گرما را بر حسب kJ می‌نویسیم:

$$(1 \times 2 / 1 \times 10) + (1 \times 336) + (1 \times 4 / 2 \times 5) + (m_{\text{آب}} \times 4 / 2 \times -15) = 0$$

$$\xrightarrow{\div 21} 1 + 16 + 1 - 3 m_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} = \frac{18}{3} = 6 \text{ kg}$$

$$\text{آب } 20^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_4} \text{آب } 5^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_3} \text{آب } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_2} \text{یخ } 0^{\circ}\text{C} \xrightarrow{Q_1} \text{یخ } -10^{\circ}\text{C}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta_1 + m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_3 + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta = 0$$

$$\xrightarrow{c_{\text{یخ}} = \frac{c_{\text{آب}}}{2}, L_F = 80^{\circ}\text{C}} 1 \times \frac{c}{2} \times 10 + 1 \times 80^{\circ}\text{C} = -1 \times c \times 5 + m_{\text{آب}} \times c \times (-15) = 0$$

$$\Rightarrow 5 + 80 + 5 = 15 m_{\text{آب}} \Rightarrow m_{\text{آب}} = \frac{90}{15} = 6 \text{ kg}$$

پاسخ: گزینه ۴

بررسی سؤالات تعادل گرمایی در حالتی که تغییر فاز وجود دارد و دما و حالت نهایی را نمی‌دانیم

در این حالت نمی‌دانیم که در نهایت قرار است یخ ذوب شود، آب، یخ بزند و یا هر تغییر حالت دیگری رخ بدهد؛ بنابراین چون تغییر حالت را نمی‌دانیم، نمی‌توانیم گرمای جابه‌جاشده را درست، حساب کنیم و در نتیجه نمی‌توانیم به‌طور مستقیم از پایستگی انرژی استفاده کنیم. برای حل این سؤالات از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم:

مرحله ۱: مقدار گرمایی را که آب از دست می‌دهد تا به آب با دمای صفر درجه سلسیوس برسد حساب می‌کنیم. حتماً محاسبات را برحسب $C_{\text{آب}}$ انجام دهید!

مرحله ۲: مقدار گرمایی را که یخ می‌گیرد تا به آب با دمای صفر درجه سلسیوس تبدیل شود محاسبه می‌کنیم. بازهم محاسبات برحسب $C_{\text{آب}}$ باشند!

مرحله ۳: در این مرحله گرماهای به‌دست‌آمده در مرحله قبل را مقایسه می‌کنیم. یکی از حالت‌های زیر رخ خواهد داد:

حالت اول: اگر $|Q_{\text{آب}}| \geq Q_{\text{یخ}}$ باشد:

در این حالت کل یخ ذوب شده است و کافی است اختلاف این دو مقدار را به مجموع جرم آب و یخ بدهیم تا دمای نهایی محاسبه شود.

$$\underbrace{|Q_{\text{آب}}| - Q_{\text{یخ}}}_{\text{اختلاف گرماها}} = (m_{\text{یخ}} + m_{\text{آب}}) c_{\text{آب}} \Delta\theta$$

حالت دوم: اگر $|Q_{\text{آب}}| < Q_{\text{یخ}}$ باشد:

در این حالت کل یخ ذوب نشده است و کافی است با استفاده از اختلاف این دو گرما، جرم یخ باقی‌مانده در ظرف را محاسبه کنیم. در این حالت دمای تعادل معمولاً صفر درجه سلسیوس است.

$$\underbrace{Q_{\text{یخ}} - |Q_{\text{آب}}|}_{\text{اختلاف گرماها}} = m_{\text{ذوب نشده}} L_F \Rightarrow m_{\text{ذوب نشده}} \text{ به دست می‌آید.}$$

تذکر!

گرمای آب منفی است، به همین خاطر آن را داخل قدر مطلق قرار دادیم، چون در این قسمت فقط مقدار گرما را نیاز داریم.



۵۵- مخلوط ۳۰۰g آب و ۱۰۰g یخ در تعادل گرمایی هستند. با انداختن فلزی به جرم ۴kg و دمای ۱۰۰°C در این مخلوط، آب و یخ

۶۷۲۰۰J گرما دریافت کرده و هر سه به تعادل گرمایی می‌رسند. گرمای ویژه فلز چند واحد SI است؟

(مجموعه، هیچ تبادل گرمایی با محیط ندارد و $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$)

۱۵۰ (۴)

۲۳۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

اولاً دقت کنید که در حالت اول، چون مخلوط آب و یخ در تعادل اند، پس دمای هرکدام صفر درجه سلسیوس است. دوماً، با انداختن فلز در مخلوط آب و یخ، چون دمای فلز بیش تر است، فلز گرما از دست می دهد و این گرما را مخلوط آب و یخ دریافت می کنند که طبق گفته سؤال، این گرما 6720 J است. حال در گام های زیر سؤال را حل می کنیم:

گام اول:

گرمای لازم برای ذوب 100 g یخ برابر است با:

$$Q = mL_F = 0.1 \times 336000 = 33600 \text{ J}$$

گام آخر:

چون گرمای دریافتی یخ و آب، بیش تر از گرمای لازم برای ذوب 100 g یخ صفر درجه سلسیوس است، پس تمام یخ، ذوب شده و باقی مانده گرمای دریافتی، صرف افزایش دمای آب صفر درجه سلسیوس جدید (400 گرم آب)، خواهد شد:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow 67200 - 33600 = (0.1 + 0.3) \times 4200 \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 20^\circ\text{C} \xrightarrow{\theta_1 = 0^\circ\text{C}} \theta_2 = 20^\circ\text{C}$$

پس دمای آب (و یخ ذوب شده)، بعد از رسیدن به تعادل گرمایی، برابر 20°C می شود، این یعنی دمای تعادل 20°C بوده و فلز نیز با از دست دادن 6720 J گرما به دمای 20°C خواهد رسید، حال برای فلز می توان نوشت:

$$Q_{\text{فلز}} = m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}} \xrightarrow{\Delta\theta = \theta_e - \theta_1} -67200 = 4 \times c_{\text{فلز}} \times (20 - 100) \rightarrow c_{\text{فلز}} = 210 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$



۵۶ - وقتی یک تیر چوبی و یک میله فلزی را لمس می کنیم، میله فلزی سردتر به نظر می رسد؛ زیرا در میله فلزی بیش تر است.

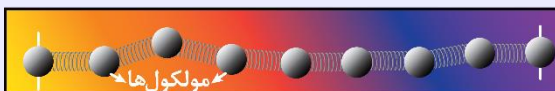
- (۱) تابش گرمایی (۲) رسانش گرمایی (۳) جریان همرفتی طبیعی (۴) جریان همرفتی واداشته

فلزات، رسانای خوب گرما هستند. وقتی میله فلزی را لمس می کنیم، گرمای دستمان از طریق لوله منتقل می شود و دست ما احساس سرد شدن می کند.

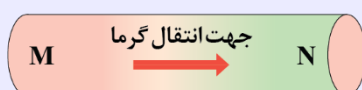
رسانش گرمایی

انتقال گرما از طریق ذرات تشکیل دهنده یک جسم (بدون انتقال آن ها) رسانش نامیده می شود. داغ شدن انتهای قاشقی که سر آن در آب جوش قرار دارد به دلیل رسانش است.

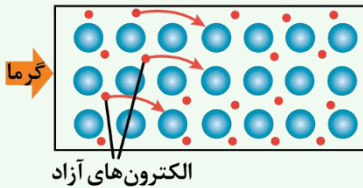
اجسامی دیگر مانند شیشه، چوب و ... می توانند گرما را تا حدودی انتقال دهند. رسانش گرمایی در آن ها به دلیل ارتعاش اتم ها و گسترش ارتعاش در طول آن ها است که رسانش گرمایی کمی دارند، به علت نداشتن الکترون آزاد، این اجسام رساناهای گرمایی خوبی نیستند و به همین دلیل از برخی از آن ها در ساخت دیوار، سقف، دسته قابلمه و دیگر عایق ها استفاده می شود. در شکل زیر، این انتقال ارتعاش توسط فنرها شبیه سازی شده است.



فرض کنید در شکل زیر یک سر میله فلزی را توسط شعله شمع گرم کنیم، در این صورت گرما از شعله (که دمای بیش تری نسبت به میله دارد) به بخش M از فلز منتقل شده و مولکول های این بخش ارتعاشات شدیدتری خواهد نمود و در نتیجه دمای این بخش افزایش می یابد. در جامدات مولکول ها نمی توانند آزادانه از جایی به جای دیگر بروند، بنابراین فقط در اثر ارتعاشات شدیدتر و افزایش انرژی جنبشی، به مولکول های مجاور خود مقداری انرژی می دهند و در نتیجه گرما (انرژی) توسط مولکول ها دست به دست به نقاط مجاور منتقل شده تا این که، دمای ناحیه N نیز افزایش می یابد.



۱- در فلزات علاوه بر ارتعاش‌های اتمی، الکترون‌های آزاد نیز در انتقال گرما نقش دارند. در نتیجه فلزات نسبت به سایر اجسام، رسانای گرمایی بسیار بهتری هستند.



۲- در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیش‌تر از اتم‌ها است.

۳- برخی آشپزخانه‌ها برای آن‌که سیب‌زمینی زودتر آب‌پز شود ابتدا چند سیخ کوچک فلزی درون سیب‌زمینی فرومی‌کنند تا انرژی گرمایی از طریق رسانش به درون سیب‌زمینی انتقال یابد.

۴- موهای خرس قطبی، توخالی است که باعث می‌شود قسمت‌های مرئی و فروسرخ نور خورشید را مانند یک فیبر نوری پس از بازتاب‌های مکرر درون مو به پوست منتقل کند و همین‌طور گرمای حاصل در پوست نسبتاً حفظ می‌شود زیرا موها توخالی هستند و مانند لوله‌های توخالی رسانندگی ضعیف گرما هستند.

۵- دلیل این‌که هنگامی که یک تیر چوبی و یک لوله فلزی سرد هم‌دما را لمس می‌کنید، لوله سردتر حس می‌شود این است که چون میله رسانا است گرما راحت‌تر از دست شما به آن منتقل شده و شما احساس سرما می‌کنید.

تمامی فلزات، رسانای گرمایی خوب هستند و جامداتی مانند چوب و لاستیک، کائوچو رسانای خوبی نیستند و گرما را به خوبی منتقل نمی‌کنند. این‌گونه مواد را «عایق گرمایی» می‌نامند و کلیه مایعات از جمله آب نیز رسانای بسیار ضعیفی برای انتقال گرما هستند و همچنین هوا نیز نارسانای بسیار خوبی است و به همین علت پرندگان در هوای سرد، پره‌های خود را پوش می‌کنند و هوا را زیر پره‌های خود حبس می‌کنند تا گرما از بدن آن‌ها به بیرون منتقل نشود.



۵۷- در یک فرایند هم‌حجم، دمای مطلق گازی را $\frac{4}{5}$ برابر می‌کنیم. فشار گاز چند برابر می‌شود؟

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۱)$$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

در فرایند هم‌حجم، فشار گاز با دمای مطلق، متناسب است، پس فشار گاز هم $\frac{4}{5}$ برابر می‌شود.

$$\frac{P}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

فرایند هم‌حجم

حجم گازی این فرایند ثابت می‌ماند.

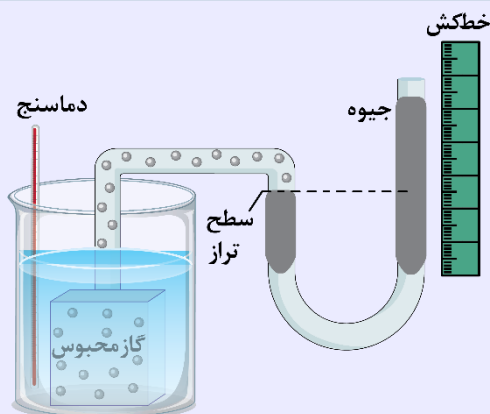
قانون ژوزف لوئیس گی لوساک:

اگر حجم مقدار معینی از یک گاز، ثابت نگه داشته شود، فشار آن مستقیماً با دما (برحسب کلوین) متناسب است. (حجم و جرم ثابت)

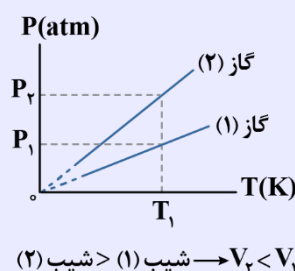
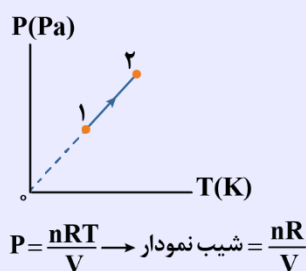
$$\frac{P}{T} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1}$$



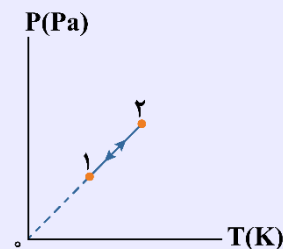
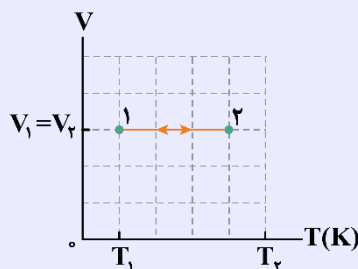
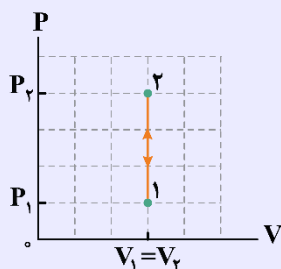
اسباب تحقیق گاز در حجم ثابت:



نمودار فشار برحسب دما (P-T) برای فرایند هم‌حجم یک گاز آرمانی، خط راستی است که امتداد آن از مبدأ مختصات (صفحه P-T) می‌گذرد.



نمودارهای فرایند هم‌حجم:



یه نمونه باحال

در حجم ثابت، فشار مقدار معینی از گاز را ۴ برابر می‌کنیم. اگر دمای اولیه گاز ۲۳- درجه سلسیوس باشد، دمای نهایی آن چند درجه سلسیوس خواهد بود؟

پاسخ تشریحی:

$$\theta_1 = -23^\circ\text{C} \rightarrow T_1 = \theta_1 + 273 = 250^\circ\text{K} \quad , \quad P_2 = 4P_1 \rightarrow \theta_2 = ?$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{250} = \frac{4P_1}{T_2} \rightarrow T_2 = 1000^\circ\text{K}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 \rightarrow \theta_2 = 1000 - 273 \rightarrow \theta_2 = 727^\circ\text{C}$$



۵۸- فشار مطلق هوای درون لاستیک یک دوچرخه در شرایطی که دمای هوا ۲۷°C است، ۲atm است. دوچرخه‌سوار مدت ۴۰ دقیقه دوچرخه‌سواری می‌کند. سپس دوباره فشار هوای لاستیک را با فشارسنج اندازه می‌گیرد و فشارسنج عدد ۱/۲atm را نمایش می‌دهد. دمای هوای درون لاستیک در این شرایط چند درجه سلسیوس است؟ (P₀ = ۱atm و حجم هوا ثابت می‌ماند.)

۵۷ (۴)

۲۰۰ (۳)

-۹۳ (۲)

۱۷۷ (۱)

حالت اول:

فشار هوای درون لاستیک دوچرخه ۲ atm است، پس:

$$P_1 = 2 \text{ atm}$$

حالت دوم:

فشارسنج، عدد ۱/۲ atm را نشان داده است، پس با توجه به این که فشارسنج‌ها فشار پیمانه‌ای را اندازه می‌گیرند، می‌توان نوشت:

$$P_r = P_g + P_o = 1/2 + 1 = 3/2 \text{ atm}$$

با توجه به این که فرایند هم‌حجم رخ داده است نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_r V_r}{T_r} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_r}{T_r} \Rightarrow \frac{2}{273 + 27} = \frac{3/2}{T_r}$$

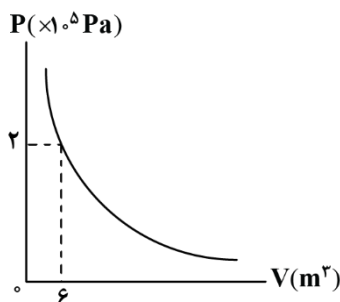
$$\Rightarrow T_r = 330 \text{ K} \xrightarrow{\theta = T - 273} \theta(^{\circ}\text{C}) = 330 - 273 = 57^{\circ}\text{C}$$



۵۹- نمودار فشار برحسب حجم در دمای ثابت برای یک مول گاز، مطابق شکل می‌باشد. زمانی که حجم گاز ۱۶ m^۳ است. فشار گاز

چند کیلوپاسکال است؟

- ۱۰۰ (۱)
- ۷۵ (۲)
- ۵۰ (۳)
- ۲۵ (۴)



چون دمای گاز، ثابت است می‌توان نتیجه گرفت:

$$P_1 V_1 = P_r V_r \xrightarrow{P_1 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}, V_1 = 6 \text{ m}^3, V_r = 16 \text{ m}^3}$$

$$2 \times 10^5 \times 6 = P_r \times 16 \Rightarrow P_r = 0.75 \times 10^5 \text{ Pa} = 75 \text{ kPa}$$

فرایند هم‌دما

دمای گاز طی این فرایند، ثابت می‌ماند.

قانون رابرت بویل:

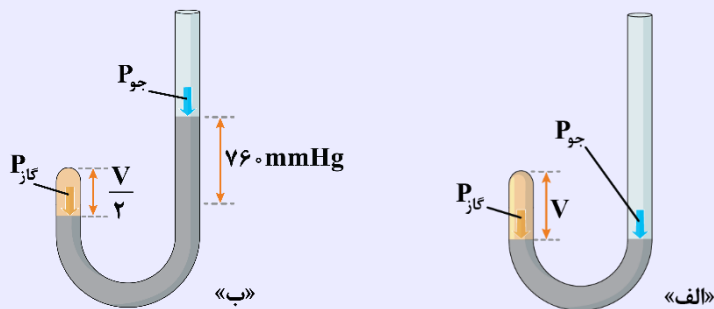
اگر دمای مقدار معینی از یک گاز، ثابت نگه داشته شود، فشار آن با حجمش رابطه وارون دارد. به عبارتی حاصل ضرب فشار و حجم گاز، مقداری ثابت است.

(دما و جرم ثابت)

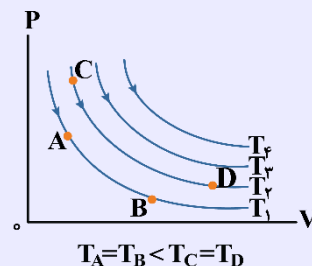
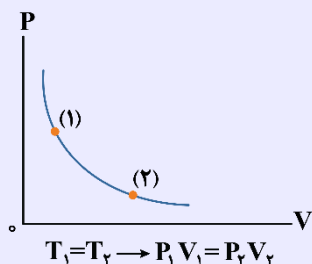
$$PV = \text{ثابت} \Rightarrow P_1 V_1 = P_r V_r$$



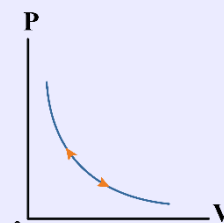
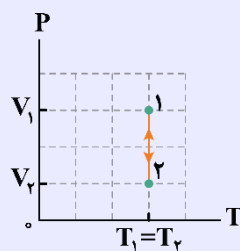
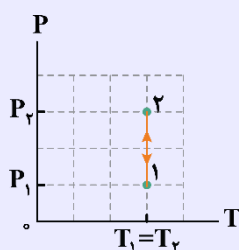
اسباب تحقیق گاز در دمای ثابت:



نمودار فشار برحسب حجم ($P-V$) برای فرایند همدمای یک گاز آرمانی مطابق شکل است:



نمودارهای فرایند همدمای:



یه نمونه باحال

یک حباب هوا از عمق ۴۰ متری آب به چگالی $1 \frac{g}{cm^3}$ به سطح آب می‌آید. اگر دمای آب، ثابت فرض شود و فشار هوا در سطح آب 100 kPa باشد، حجم حباب چند برابر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$, $\rho = 1 \frac{g}{cm^3}$)

پاسخ تشریحی:

$$P_r = 100 \text{ kPa} , \rho = 1 \frac{g}{cm^3} , h = 40 \text{ m} , V_r = ? V_1 , T_r = T_1$$

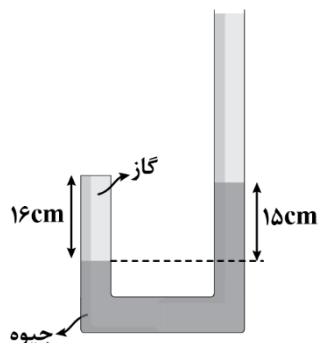
$$P_1 = P_r + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 40 = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 V_1 = P_r V_r \Rightarrow \frac{V_r}{V_1} = \frac{P_1}{P_r} = \frac{5 \times 10^5}{10^5} \Rightarrow \frac{V_r}{V_1} = 5$$





۶۰- در شکل زیر، داخل لوله U شکلی به سطح مقطع 5cm^2 مقداری جیوه قرار دارد و ارتفاع گاز محبوس برابر 16cm است. در دمای ثابت، چند سانتی متر مکعب جیوه درون لوله بریزیم تا ارتفاع گاز محبوس در طرف بسته لوله 12cm شود؟ ($P_0 = 75\text{cmHg}$) و شاخه سمت راست به حد کافی بلند است.



(۱) ۳۸

(۲) ۱۹۰

(۳) ۴۵

(۴) ۲۲۵

(خیلی سخت - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا با ترسیم یک شکل، حجم گاز در دو حالت را به دست می آوریم:

$$V_1 = h_1 A = 16A$$

$$V_2 = h_2 A = 12A$$

حال قانون گازها را برای دمای ثابت می نویسیم:

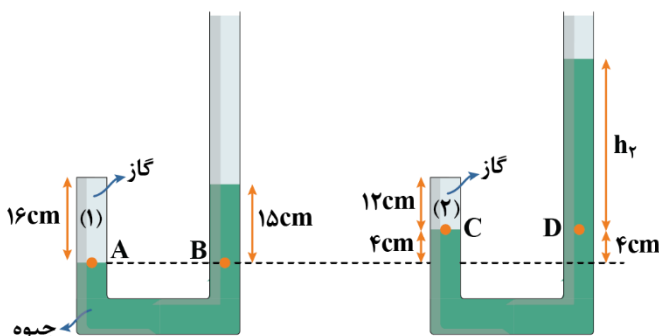
$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_1 \times 16A = P_2 \times 12A \Rightarrow 4P_1 = 3P_2$$

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز، فشار گاز را در دو حالت محاسبه می کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 = 15 + 75 \Rightarrow P_1 = 90\text{cmHg}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_2 = h_2 + 75$$

$$\Rightarrow 4 \times 90 = 3 \times (h_2 + 75) \Rightarrow h_2 = 45\text{cm}$$



حال با توجه به مقایسه شکل ها ارتفاع ستون جیوه اضافه شده را به دست می آوریم:

$$H = 4 + (4 + 45 - 15) = 38\text{cm}$$

$$V = AH = 5 \times 38 = 190\text{cm}^3$$

حجم جیوه اضافه شده:



پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۶۱- اگر حلقه ای دایره ای که سطح آن عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد را به صورت قابی مربعی درآوریم و دوباره سطح آن را عمود بر خطوط همان میدان قرار دهیم، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه چه تغییری خواهد کرد؟ ($\pi = 3$)

(۱) ۵۶ درصد کاهش می یابد.

(۲) ۲۵ درصد کاهش می یابد.

(۳) ۱۲۵ درصد افزایش می یابد.

(۴) ۳۳ درصد افزایش می یابد.



گام اول:

وقتی حلقه به مربع تبدیل شود مساحت آن تغییر می‌کند اما محیط آن ثابت است.

$$4a = 2\pi r \Rightarrow a = \frac{3}{2}r$$

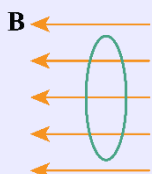
گام آخر:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{a^2}{\pi r^2} \Rightarrow \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{(\frac{3}{2}r)^2}{\pi r^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\Delta\Phi}{\Phi_1} \times 100 = \frac{-\frac{1}{4}\Phi_1}{\Phi_1} \times 100 = -25\%$$

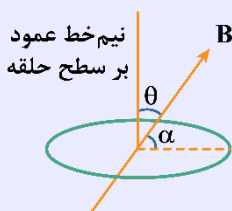
شار مغناطیسی



مجموعه خطوط میدان مغناطیسی که از یک سطح بسته می‌گذرد را **شار مغناطیسی** می‌گویند.



شار مغناطیسی، کمیتی **نرده‌ای** است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت B که از پیچه‌ای با مساحت معین A می‌گذرد به صورت زیر تعریف می‌شود:



$$\Phi = BA \cos \theta$$

Φ : شار مغناطیسی (وِبر (Wb) B: میدان مغناطیسی (تسلا (T) A: مساحت پیچه (m^2)

θ : زاویه بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

اگر در سؤالی زاویه میدان و سطح حلقه (یعنی α) داده شد، باید ابتدا آن را از 90° کم کنید و در رابطه قرار دهید:

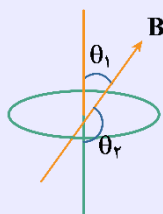
$$\cos \theta = \sin \alpha \quad \text{یا} \quad \theta = 90^\circ - \alpha$$

یکای شار مغناطیسی در SI **وِبر (Wb)** است.

$$\Phi = BA \cos \theta$$

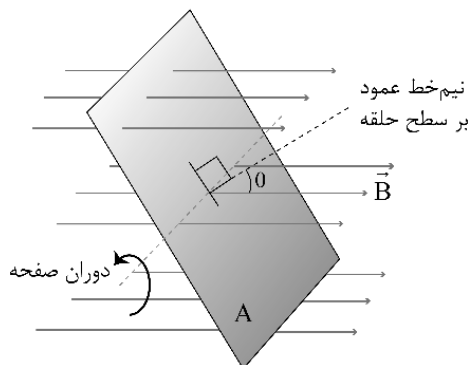
$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \times 1 \text{ m}^2$$

همواره دو جهت برای رسم نیم‌خط عمود بر سطح معین وجود دارد که علامت شار مغناطیسی عبوری از این سطح نیز به انتخاب این جهت بستگی دارد؛ یعنی برحسب انتخاب زاویه θ ، شار عبوری از سطح ممکن است مثبت یا منفی شود. پس در انتخاب این زاویه دقت کنید که در حل یک مسئله، نیم‌خط عمود بر سطح را در هر جهتی در نظر گرفتید تا پایان آن را تغییر ندهید.





۶۲- در شکل زیر، یک صفحه به مساحت 0.6 m^2 در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 0.2 T در جهت نشان داده شده در حال دوران است. در مبداء زمان $\theta = 37^\circ$ بوده و در مدت 0.3 s به اندازه 83° دوران می‌کند. تغییرات شار مغناطیسی در این صفحه در این مدت چند میلی‌وبر بوده است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



(۱) ۱۵۶

(۲) -۱۵۶

(۳) ۳۱۲

(۴) -۳۱۲

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$\phi = BA \cos \theta \rightarrow \Delta \phi = BA(\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$$

$$\Delta \phi = BA(\cos \theta_2 - \cos \theta_1) = 0.2 \times 0.6 (\cos 120^\circ - \cos 37^\circ)$$

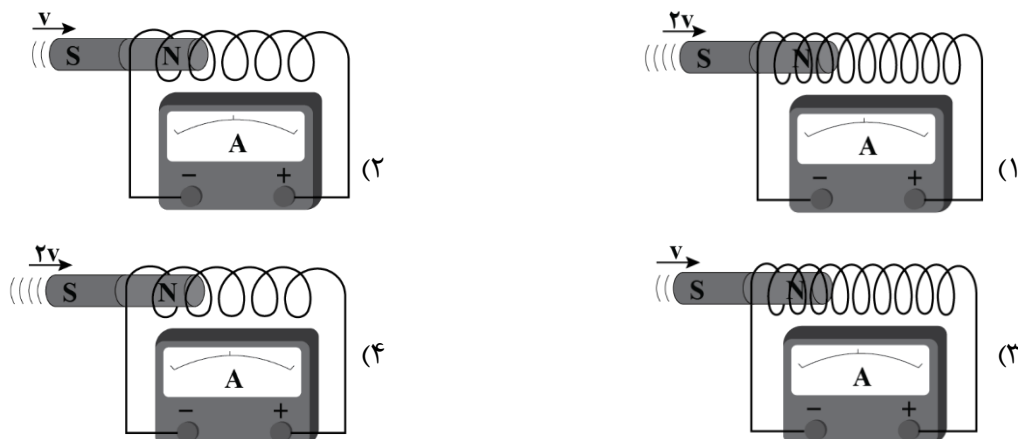
$$\Delta \phi = 0.12 \times (-0.5 - 0.8) = -0.156 \text{ Wb}$$

$$\Delta \phi = -156 \text{ mWb}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.



۶۳- مطابق شکل‌های زیر، یک آهنربا را با تندی‌های مختلف وارد سیملوله‌های متفاوت می‌کنیم. در کدام گزینه جریان اندازه‌گیری شده توسط گالوانومتر بزرگ‌تر است؟



(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

طبق رابطه قانون القای فاراده، بزرگی نیروی محرکه القایی با تعداد حلقه‌ها رابطه مستقیم و با زمان تغییرات رابطه عکس دارد. در شکل گزینه (۱)، سرعت آهنربای میله‌ای بیش‌تر است، در نتیجه سریع‌تر حرکت می‌کند و بازه زمانی، کوچک‌تر می‌شود، از طرف دیگر تعداد حلقه‌های سیملوله شکل گزینه (۱) نیز بیش‌تر است؛ بنابراین در این گزینه گالوانومتر عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.



۶۴- کدام یک از یکاهای زیر معادل وبر بر میلی‌ثانیه است؟

(۴) کیلوژول بر ولت

(۳) کیلوولت

(۱) ولت بر میلی‌آمپر (۲) میلی‌ولت بر اهم

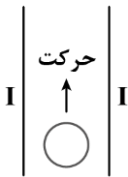
با توجه به این که وبر بر ثانیه $(\frac{Wb}{s})$ یکای نیروی محرکه القایی است بنابراین معادل با ولت است. وبر بر میلی ثانیه $(\frac{Wb}{ms})$ برابر است با:

$$(\frac{Wb}{ms}) = (\frac{Wb}{10^{-3}s}) = 10^3 \frac{Wb}{s} = k \frac{Wb}{s} = kV$$

بنابراین گزینه (۳) درست است.



۶۵- در شکل زیر، دو سیم راست و بسیار بلند باهم موازی‌اند و حامل جریان ثابت و یکسان I هستند. یک حلقهٔ رسانا بین دو سیم و به موازات آن‌ها به سمت بالا در حال حرکت است. در چه تعداد از موارد زیر، جریان القایی در حلقه به وجود می‌آید؟



الف: جهت جریان هر دو سیم به سمت بالا باشد.

ب: جهت جریان هر دو سیم به سمت پایین باشد.

پ: جریان‌های دو سیم، خلاف جهت هم باشد.

ت: حلقه به صورت شتاب‌دار حرکت کند.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

میدان مغناطیسی در اطراف یک سیم راست و بلند حامل جریان، با اندازهٔ جریان گذرنده از سیم رابطهٔ مستقیم و با فاصله از سیم، رابطهٔ عکس دارد. با توجه به این که حلقهٔ نشان داده شده، به موازات دو سیم در حال حرکت است؛ بنابراین، فاصلهٔ حلقه از دو سیم، تغییر نمی‌کند. در نتیجه، شار عبوری از حلقه، تغییر نمی‌کند و جریانی در آن القا نمی‌شود.



۶۶- کدام گزینه قانون لنز را به درستی بیان کرده است؟

۱) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.

۲) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با تغییر شار مغناطیسی، موافقت می‌کند.

۳) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با افزایش شار مغناطیسی، موافقت می‌کند.

۴) جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با افزایش شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.

طبق قانون لنز، جریان حاصل از نیروی محرکه القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به وجود آورندهٔ جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی، مخالفت می‌کند.



قانون لنز

برای تعیین جهت جریان القایی حاصل از تغییر شار مغناطیسی از قانون لنز استفاده می‌کنیم. طبق قانون لنز، جهت جریان القایی حاصل از نیروی محرکه القایی به گونه‌ای است که به وسیلهٔ آثار مغناطیسی که از خود نشان می‌دهد با عامل به وجود آورندهٔ خودش، یعنی تغییر شار مخالفت می‌کند. این مخالفت در قانون فاراده با علامت منفی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

برای تعیین جهت جریان القایی به کمک قانون لنز مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱- تعیین جهت اصلی $\vec{B}$ (میدانی که شار مغناطیسی $(\Phi = BA \cos \theta)$ را به کمک آن تعریف می‌کنیم).

۲- تعیین نحوهٔ تغییر شار: افزایش شار - کاهش شار

۳- تعیین جهت القایی $\vec{B}$ به صورت زیر:

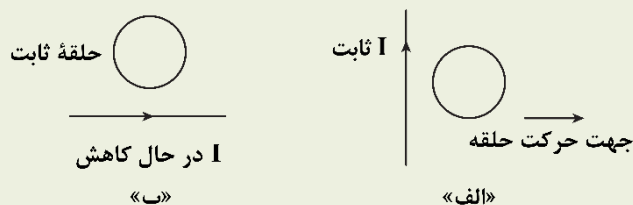
اگر شار مغناطیسی عبوری، افزایش یافته است؛ جهت القایی $\vec{B}$ خلاف جهت اصلی $\vec{B}$

اگر شار مغناطیسی عبوری، کاهش یافته است؛ جهت القایی $\vec{B}$ هم جهت اصلی $\vec{B}$

۴- با توجه به جهت القایی $\vec{B}$ به دست آمده و قاعده دست راست جهت القایی I تعیین می شود.

کنکور سراسری خارج از کشور تجربی تیرماه ۱۴۰۲

۵۱- در شکل های «الف» و «ب» جهت جریان الکتریکی القا شده در حلقه ها به ترتیب، کدام است؟



(۱) ساعتگرد و پادساعتگرد

(۲) پادساعتگرد و پادساعتگرد

(۳) پادساعتگرد و ساعتگرد

(۴) ساعتگرد و ساعتگرد

پاسخ تشریحی:

در حلقه «الف» با توجه به دور شدن حلقه از سیم حامل جریان ثابت، شدت میدان مغناطیسی گذرنده از داخل حلقه کاهش و به دنبال آن شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش می یابد؛ در نتیجه طبق قانون لنز با کاهش شار، میدان القایی در داخل حلقه باید با میدان مغناطیسی حاصل از سیم هم جهت باشد (جهت میدان حاصل از سیم در داخل حلقه طبق قاعده دست راست به صورت درون سو است؛ بنابراین جهت میدان القایی نیز درون سو خواهد بود). در نهایت به کمک قاعده دست راست برای حلقه حامل جریان الکتریکی درمی یابیم که جهت جریان القایی در حلقه باید به صورت ساعتگرد باشد.

در حلقه «ب» با توجه به کم شدن جریان عبوری از سیم، میدان مغناطیسی و شار مغناطیسی گذرنده از حلقه کاهش یافته و طبق قانون لنز، جهت میدان القایی، هم سو با میدان اصلی در داخل حلقه بوده (طبق قاعده دست راست، جهت میدان حاصل از سیم در حلقه برون سو است؛ بنابراین جهت میدان القایی در حلقه نیز برون سو است) و در نتیجه طبق قاعده دست راست جهت جریان القایی حلقه به صورت پادساعتگرد خواهد بود.

پاسخ: گزینه ۱



۶۷- معادله شار مغناطیسی گذرنده از سطح یک پیچه در SI به صورت $\Phi = 2t^2 - 3t + 5$ است. اگر نیروی محرکه القایی متوسط در

بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 5s$ برابر ۱۱۰ ولت باشد، این پیچه چند حلقه دارد؟ (یکای SI)

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\Phi = 2t^2 - 3t + 5 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \rightarrow \Phi_1 = 2(2)^2 - 3(2) + 5 \rightarrow \Phi_1 = 7 \text{ Wb} \\ t_2 = 5s \rightarrow \Phi_2 = 2(5)^2 - 3(5) + 5 \rightarrow \Phi_2 = 40 \text{ Wb} \end{cases}$$

$$|\varepsilon_{av}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \rightarrow 110 = N \left| \frac{40 - 7}{5 - 2} \right| \rightarrow N = 10$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.



۶۸- سیملوله ای با ۱۰۰ دور و مساحت سطح مقطع 20 cm^2 عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی قرار دارد. اگر آهنگ تغییر میدان

مغناطیسی $\frac{T}{s}$ ۰/۸ و شدت جریان القا شده در سیملوله 2 mA باشد، مقاومت الکتریکی سیملوله چند اهم است؟

۰/۸ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۰/۴ (۱)

گام اول:

با استفاده از قانون القای فاراده داریم:

$$|\varepsilon_{av}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \left| -NA \cos\theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \xrightarrow{\cos\theta=1} |\varepsilon_{av}| = \left| -NA \times \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = NA \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| \quad *$$

گام آخر:

با نوشتن قانون اهم $(R = \frac{V}{I})$ و جایگذاری ε_{av} به جای V خواهیم داشت:

$$R = \frac{|\varepsilon_{av}|}{I} \xrightarrow{*} R = \frac{NA}{I} \times \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = \frac{100 \times (20 \times 10^{-4})}{2 \times 10^{-3}} \times 0.08 = 8 \Omega$$

قانون القای الکترومغناطیسی فاراده

هرگاه شار مغناطیسی که از مدار بسته‌ای می‌گذرد با گذشت زمان تغییر کند، در آن مدار بسته نیروی محرکه‌ای القا می‌شود که بزرگی آن با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است؛ یعنی هرچه آهنگ تغییر شار مغناطیسی بیش‌تر باشد، نیروی محرکه‌ القایی و در نتیجه جریان القایی تولیدشده در مدار بیش‌تر خواهد بود:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \rightarrow \text{ولت} = \frac{\text{وبر}}{\text{ثانیه}}$$

$$\varepsilon_{av}: \text{نیروی محرکه‌ی القایی متوسط} \quad N: \text{تعداد حلقه‌های مدار} \quad \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}: \text{آهنگ تغییر شار مغناطیسی}$$

محاسبه نیروی محرکه‌ القایی در حالت‌های مختلف تغییر شار مغناطیسی

طبق روابط $\Phi = BA \cos\theta$ و $\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ مشاهده می‌کنیم که نیروی محرکه‌ القایی متوسط با آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است. شار مغناطیسی در سه حالت زیر تغییر می‌کند:

۱- اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر B باشد:

آهنگ تغییر میدان مغناطیسی

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA \cos\theta)}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -NA \cos\theta \left[\frac{\Delta B}{\Delta t} \right]$$

۲- اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر A باشد:

آهنگ تغییر مساحت

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta(BA \cos\theta)}{\Delta t} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -NB \cos\theta \left[\frac{\Delta A}{\Delta t} \right]$$

۳- اگر تغییر شار فقط ناشی از تغییر θ باشد، خواهیم داشت:

$$\varepsilon_{av} = -NBA \frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t}$$

جریان القایی

هرگاه شار مغناطیسی عبوری از یک مدار بسته با گذشت زمان تغییر کند، در آن مدار بسته نیروی محرکه‌ متوسط $\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ القا می‌شود که این نیروی محرکه‌ القایی متوسط باعث برقراری جریان القایی I در مدار می‌شود، که داریم:

$$I = \frac{\varepsilon_{av}}{R} = \frac{-N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}{R} \Rightarrow I = \frac{-N \Delta\Phi}{R \Delta t}$$



کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۴۰۲

۷۰- سیملوله‌ای دارای ۴۰۰ حلقه است و مساحت هر حلقه آن 15 cm^2 است. درون این سیملوله، میدان مغناطیسی که موازی محور سیملوله است، با آهنگ $1/0$ تسلا بر ثانیه کاهش می‌یابد. اگر مقاومت الکتریکی آن 2Ω باشد، جریان الکتریکی القایی آن چند آمپر است؟
 (۱) $2/0$ (۲) $6/0$ (۳) $3/0$ (۴) $4/0$

پاسخ تشریحی:

گام اول: طبق قانون القای الکترومغناطیس فاراده می‌توان نوشت:

$$\varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \Delta \Phi = A \cos \theta \Delta B \rightarrow \varepsilon_{av} = -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\frac{N=400, A=15 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{\theta=0 \rightarrow \cos \theta=1, \frac{\Delta B}{\Delta t}=-0/1 \frac{\text{T}}{\text{s}}} \rightarrow \varepsilon_{av} = -400 \times 15 \times 10^{-4} \times 1 \times (-0/1) = 0/6 \text{ V}$$

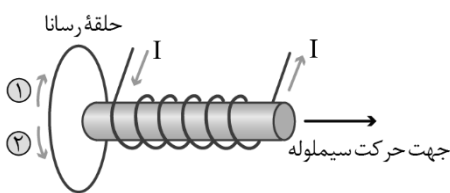
گام آخر: حال طبق قانون اهم، جریان القایی را به دست می‌آوریم:

$$I_{av} = \frac{\varepsilon_{av}}{R} \Rightarrow I_{av} = \frac{0/6}{2} = 0/3 \text{ A}$$

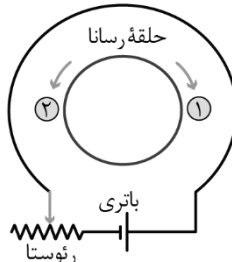
پاسخ: گزینه ۳



۶۹- در شکل (۱)، سیملوله حامل جریان از حلقه دور می‌شود و در شکل (۲) لغزنده رئوسا در حال حرکت به سمت چپ است. جهت جریان القایی در حلقه‌ها در هریک از شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



شکل (۱)

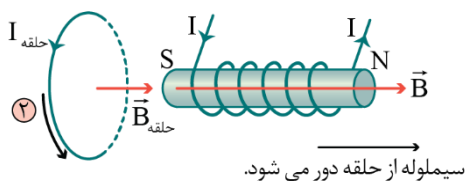


شکل (۲)

- (۱) ۱، ۱
- (۲) ۲، ۱
- (۳) ۱، ۲
- (۴) ۲، ۲

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

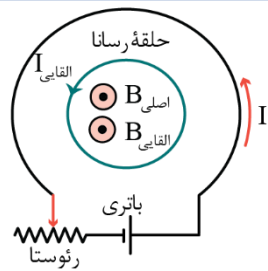
پاسخ: گزینه ۴



شکل (۱): شکل زیر جهت میدان مغناطیسی و قطب‌های سیملوله را نشان می‌دهد.

مطابق شکل فوق، با دور شدن سیملوله از حلقه، شار مغناطیسی که از حلقه عبور می‌کند کاهش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز، حلقه میدانی هم‌جهت با میدان سیملوله ایجاد می‌کند. برای آن‌که میدان حلقه به سمت راست باشد، طبق قاعده دست راست، جریان گذرنده از حلقه باید در جهت (۲) باشد.

همچنین دقت کنید که میدان مغناطیسی داخل سیملوله از قطب S به سمت قطب N است، بنابراین سمت راست سیملوله قطب N و سمت چپ آن قطب S است.



شکل (۲): در گام اول باید دقت شود که با جابه‌جایی لغزندهٔ رُوستا به سمت چپ، مقاومت آن افزایش می‌یابد. با افزایش مقاومت رُوستا، جریان گذرنده از حلقهٔ بزرگ کاهش می‌یابد. در ادامه می‌توان گفت که با کاهش I ، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقهٔ بزرگ نیز کم می‌شود.

با کاهش I ، $B_{\text{اصلی}} \propto I$ نیز کاهش می‌یابد. $B_{\text{اصلی}} \propto I$

حال با کاهش $B_{\text{اصلی}}$ (میدان مغناطیسی ناشی از حلقهٔ بزرگ‌تر)، شار گذرنده از حلقه کوچک نیز کاهش می‌یابد. مطابق قانون لنز، میدان ناشی از جریان القایی باید میدان اصلی را تقویت کند تا مانع از کاهش آن شود، بنابراین این میدان القایی باید برون‌سو باشد (زیرا میدان اصلی، برون‌سو و در حال کاهش است).

با توجه به برون‌سو بودن میدان القایی، جریان القایی در حلقهٔ کوچک طبق قاعده دست راست، باید در خلاف جهت چرخش عقربه‌های ساعت، یعنی در جهت (۲) خواهد بود.



۷۰- یک قاب رسانای مستطیل شکل به ابعاد $10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی 10^3 G به گونه‌ای قرار گرفته است که خطوط میدان با نیم خط عمود بر حلقه زاویهٔ 37° ساخته‌اند. اگر در مدت 2 ms اندازهٔ میدان مغناطیسی به $6 \times 10^3\text{ G}$ رسیده و قاب طوری بچرخد که زاویهٔ بین خطوط میدان و سطح حلقه به 30° برسد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه در این بازهٔ زمانی چند ولت خواهد بود؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)

(۴) ۵/۴

(۳) ۳/۹

(۲) ۱/۸

(۱) ۲/۲

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$|\varepsilon_{\text{av}}| = \left| -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \right| = \left| \frac{B_2 A \cos \theta_2 - B_1 A \cos \theta_1}{\Delta t} \right|$$

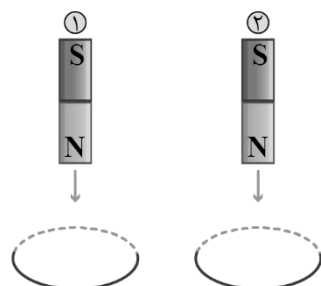
$$\Rightarrow |\varepsilon_{\text{av}}| = \frac{A}{\Delta t} |B_2 \cos \theta_2 - B_1 \cos \theta_1|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{\text{av}}| = \frac{2 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} |(0.6 \times \cos 60^\circ) - (0.1 \times \cos 37^\circ)|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{\text{av}}| = 10 \times \left| \frac{0.3 - 0.08}{0.22} \right| = 2.2\text{ V}$$



۷۱- دو آهنربای میله‌ای مشابه را مطابق شکل، به طور قائم از ارتفاع معینی نزدیک به سطح زمین به طور همزمان رها می‌کنیم به طوری که در حین سقوط آهنربای شماره (۱) از حلقه‌ای رسانا و آهنربای شماره (۲) از حلقه‌ای نارسا عبور می‌کند. اگر سطح زمین در محل برخورد آهنرباها نرم باشد، کدام گزینه درست است؟ (تأثیر میدان مغناطیسی زمین روی آهنرباها را نادیده بگیرید)



(۱) مقدار فرو رفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۱) نسبت به آهنربای شماره (۲) بیشتر است.

(۲) مقدار فرو رفتگی در زمین و همچنین زمان رسیدن به سطح زمین، در آهنربای شماره (۲) نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر است.

(۳) مقدار فرو رفتگی در زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است.

(۴) مقدار فرو رفتگی در زمین در آهنربای شماره (۱) بیشتر از آهنربای شماره (۲) است اما زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۲) بیشتر از آهنربای شماره (۱) است.

گام اول:

مقایسه مقدار فرورفتگی آهنربای شماره (۱) و آهنربای شماره (۲) در زمین:

با نزدیک شدن آهنربای شماره (۱) به حلقه رسانا و قبل از ورود این آهنربا به حلقه، میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا در محل حلقه افزایش و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از حلقه نیز افزایش می‌یابد و در نتیجه حلقه برای مخالفت با این افزایش شار مغناطیسی، نیروی دافعه‌ای به آهنربا وارد می‌کند. همچنین پس از خروج آهنربای شماره (۱) از حلقه رسانا به دلیل کاهش میدان مغناطیسی ناشی از آهنربا در محل حلقه و در نتیجه کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه، حلقه برای مخالفت با این کاهش شار مغناطیسی، نیروی جاذبه‌ای به آهنربا وارد می‌کند.

در مورد حرکت آهنربای شماره (۲) می‌توان گفت به دلیل عبور این آهنربا از درون یک حلقه نارسانا، هیچ جریان القایی در حلقه نارسانا جریان نمی‌یابد بنابراین هیچ نیروی دافعه یا جاذبه‌ای از طرف حلقه نارسانا به آهنربای شماره (۲) وارد نمی‌شود.

در نتیجه از توضیحات بالا می‌توان نتیجه گرفت به دلیل وارد آمدن دو نیروی دافعه و جاذبه به آهنربای شماره (۱) و وارد نشدن این دو نیرو به آهنربای شماره (۲)، سرعت سقوط آهنربای شماره (۲) از آهنربای شماره (۱) بیشتر است و در نتیجه مقدار فرورفتگی آهنربای شماره (۲) در زمین نسبت به آهنربای شماره (۱) بیشتر خواهد بود. (رد گزینه‌های ۱ و ۴)

گام آخر:

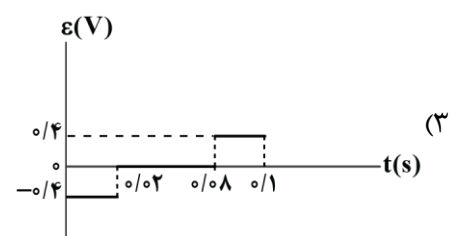
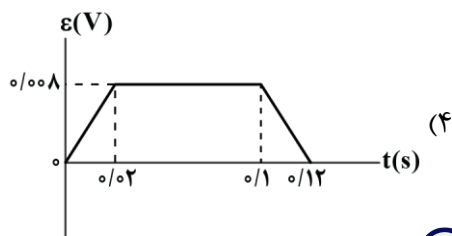
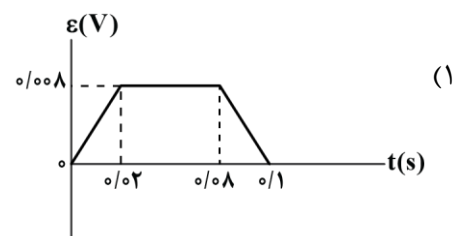
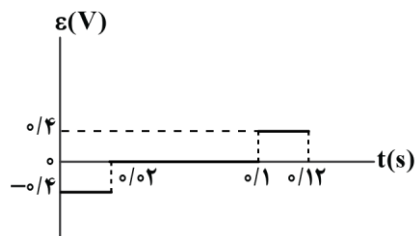
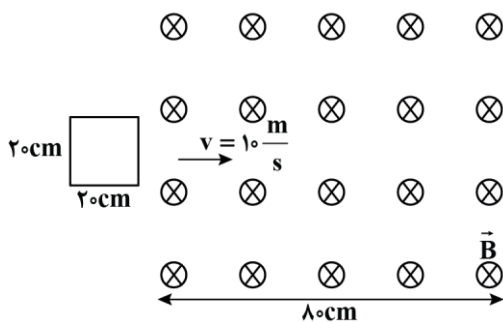
مقایسه زمان رسیدن به سطح زمین در آهنربای شماره (۱) و آهنربای شماره (۲):

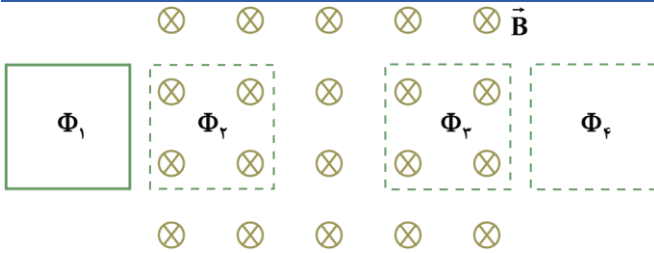
فهمیدیم که سرعت سقوط آهنربای شماره (۲) از آهنربای شماره (۱) بیشتر است، پس چون دو آهنربا به طور همزمان از ارتفاع معینی رها شده‌اند، زمان رسیدن آهنربای شماره (۱) به سطح زمین به دلیل کمتر بودن سرعت سقوط آن از زمان رسیدن آهنربای شماره (۲) به سطح زمین بیشتر است. (رد گزینه ۲) پس پاسخ نهایی این تست گزینه ۳ خواهد بود.



۷۲- مطابق شکل زیر، حلقه‌ی رسانای مربع‌شکلی به ضلع 20cm در لحظه $t=0$ با تندی ثابت $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ وارد میدان مغناطیسی درون‌سوی

$\vec{B}$ به بزرگی 2T می‌شود. کدام گزینه، نمودار نیروی محرکه‌ی القایی در حلقه را بر حسب زمان به درستی نشان می‌دهد؟ (بردار عمود بر سطح حلقه را درون سو در نظر بگیرید.)





ابتدا شار مغناطیسی عبوری از حلقه را در هریک از وضعیت‌های زیر به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Phi_1 = \Phi_4 = 0 \text{ Wb} \\ \Phi_2 = \Phi_3 = BA \cos \theta = 0.2 \times 0.2^2 \times \cos 0 = 0.008 \text{ Wb} \end{cases}$$

به علت ثابت بودن تندی حلقه، نیروی محرکه القایی در حین ورود حلقه به میدان و نیز خروج حلقه از میدان، ثابت و برابر با نیروی محرکه القایی متوسط است.

گام اول:

(ورود حلقه به میدان)

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0.2}{10} = 0.02 \text{ s} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = -1 \times \frac{0.008 - 0}{0.02} = -0.4 \text{ V}$$

گام دوم:

(مدت زمانی که حلقه به طور کامل درون میدان قرار دارد.)

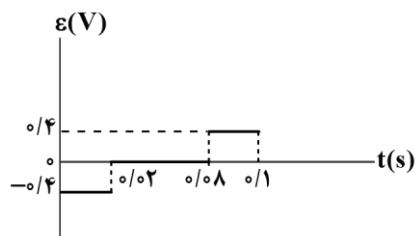
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0.6}{10} = 0.06 \text{ s}$$

در این مرحله، شار عبوری از حلقه، تغییر نمی‌کند؛ بنابراین، نیروی محرکه القایی، صفر است.

گام آخر:

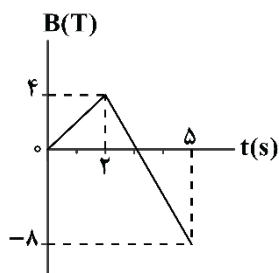
(خروج حلقه از میدان)

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{0.2}{10} = 0.02 \text{ s} \Rightarrow \varepsilon_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Phi_4 - \Phi_3}{\Delta t} = -1 \times \frac{0 - 0.008}{0.02} = 0.4 \text{ V}$$



بنابراین نمودار گزینه (۳)، نیروی محرکه القایی را به درستی نشان می‌دهد.

۷۳- نمودار تغییرات میدان مغناطیسی گذرنده از یک پیچه دارای ۱۰۰ حلقه به مساحت 20 cm^2 مطابق شکل زیر است. اگر میدان با سطح پیچه زاویه 60° بسازد، اندازه بار الکتریکی شارش شده در پیچه از $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$ چند کولن است؟ (مقاومت هر حلقه 0.3Ω است.)



(۱) ۲

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) ۴

(۴) $4\sqrt{3}$

به کمک معادله خط، اندازه میدان مغناطیسی در $t = ۱s$ و $t = ۴s$ را می‌یابیم.

$$t = ۲s \text{ تا } t = ۰ \Rightarrow B = ۲t \xrightarrow{t=۱s} B = ۲T$$

$$t = ۵s \text{ تا } t = ۲s \Rightarrow B = -۴t + ۱۲ \xrightarrow{t=۴s} B = -۴T$$

$$|\Delta q| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{R} \right| = \left| -N \frac{A \Delta B \cos \theta}{R} \right| = \left| -۱۰۰ \times \frac{۲۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times (-۴ - ۲) \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{۱۰۰ \times ۰/۰۳} \right| = ۲\sqrt{3} C$$

تذکره!

زاویه بین میدان و سطح پیچه ۶۰° است؛ بنابراین زاویه بین میدان و نیم‌خط عمود بر سطح پیچه ۳۰° است (این زاویه در فرمول شار استفاده می‌شود).



۷۴- کدام یک از موارد زیر، نادرست است؟

الف: اگر از یک مقاومت الکتریکی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، انرژی در آن ذخیره می‌شود.

ب: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان پایا عبور کند، انرژی به آن وارد می‌شود.

پ: اگر از یک القاگر آرمانی، جریان متناوب سینوسی عبور کند، همواره انرژی در آن ذخیره می‌شود.

(۱) «الف» و «ب» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «پ» (۴) «الف» و «ب» و «پ»

الف

هنگام عبور جریان از مقاومت، انرژی وارد آن می‌شود؛ جریان چه پایا باشد و چه تغییر کند، این انرژی در مقاومت ذخیره نمی‌شود؛ بلکه به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. (*)

ب

در یک القاگر آرمانی (با مقاومت صفر) تنها وقتی انرژی وارد القاگر می‌شود که جریان در آن افزایش یابد. این انرژی تلف نمی‌شود؛ بلکه در میدان مغناطیسی القاگر، ذخیره شده و هنگام کاهش جریان، آزاد می‌شود. هنگام عبور جریان پایا از یک القاگر آرمانی، انرژی به آن وارد یا از آن خارج نمی‌شود. (*)

پ

در جریان متناوب، مقدار جریان، مرتباً در حال افزایش و کاهش است؛ بنابراین، طبق توضیح ذکر شده در مورد «ب»، انرژی نیز مرتباً در حال ذخیره شدن و آزاد شدن است. در نتیجه، مورد «پ» همواره برقرار نیست. (*)



۷۵- در شکل زیر، لغزنده رؤستا را به سمت چپ حرکت می‌دهیم. چه تعداد از موارد زیر، درست است؟

الف: جریان الکتریکی گذرنده از پیچه سمت چپ کاهش می‌یابد.

ب: شار گذرنده از پیچه سمت راست، کاهش می‌یابد.

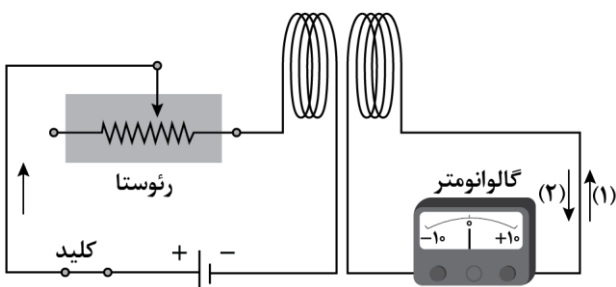
پ: در پیچه سمت راست، جریان القایی در جهت (۲) به وجود می‌آید.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

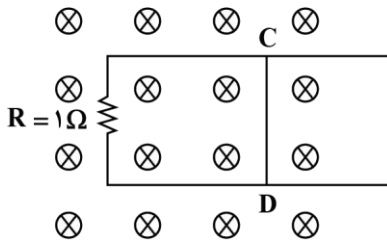
(۴) ۳



- الف) با حرکت لغزنده رتوستا به سمت چپ، مقاومت رتوستا افزایش یافته و جریان گذرنده از مدار، کاهش می‌یابد. (✓)
- ب) با کاهش جریان گذرنده از مدار سمت چپ، میدان مغناطیسی پیچۀ سمت چپ و در نتیجه، شار عبوری از پیچۀ سمت راست کاهش می‌یابد. (✓)
- ب) با کاهش شار در پیچۀ سمت راست، طبق قانون لنز، جریان القایی در جهت (۲) به وجود می‌آید تا با کاهش شار مخالفت کند. (✓)



۷۶- شکل زیر، رسانای U شکلی را درون میدان مغناطیسی یکنواخت $0.2T$ که عمود بر صفحه و درون سو است، نشان می‌دهد. اگر میله CD به طول $2m$ با سرعت $5 \frac{m}{s}$ به سمت راست حرکت کند، اندازه و جهت جریان القایی در میله کدام است؟ (به جز مقاومت R، مقاومت سایر اجزا صفر است).



- (۱) $1A$ از D به C
(۲) $1A$ از C به D
(۳) $2A$ از D به C
(۴) $2A$ از C به D

با حرکت میله به سمت راست، سطح مدار افزایش می‌یابد. با افزایش مساحت مدار، شار گذرنده از سطح مدار افزایش می‌یابد. بنابر قانون لنز جهت جریان باید با تغییر شار مخالفت کند؛ بنابراین باید میدان مغناطیسی برون سو در حلقه القا شود. طبق قاعده دست راست جهت جریان القایی از D به C است.

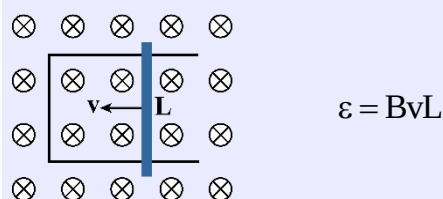
$$|\varepsilon| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |\varepsilon| = \left| -N \frac{\Delta AB}{\Delta t} \right| \xrightarrow{\Delta A = L \Delta d} |\varepsilon| = \left| -N \frac{L \Delta dB}{\Delta t} \right|$$

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = v \rightarrow |\varepsilon| = | -NLvB | \Rightarrow \varepsilon = 1 \times 2 \times 5 \times 0.2 = 2V$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{2}{1} = 2A$$

نیروی محرکه القایی در میله متحرک در میدان مغناطیسی

هرگاه مطابق شکل، میله‌ای به طول L در میدان مغناطیسی یکنواخت B با تندی ثابت v حرکت کند، شار عبوری از آن تغییر کرده و اندازه نیروی محرکه القایی در دو سر میله از رابطه زیر به دست می‌آید:



۷۷- در انتقال توان الکتریکی از نیروگاه به محل مصرف، دلیل افزایش ولتاژ در ابتدای مسیر و کاهش ولتاژ در انتهای مسیر، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

- (۱) کاهش اتلاف توان در طول مسیر، افزایش امنیت در محل مصرف
(۲) افزایش سرعت انتقال انرژی، صرفه‌جویی در مصرف انرژی
(۳) افزایش سرعت انتقال انرژی، افزایش امنیت در محل مصرف
(۴) کاهش اتلاف توان در طول مسیر، صرفه‌جویی در مصرف انرژی

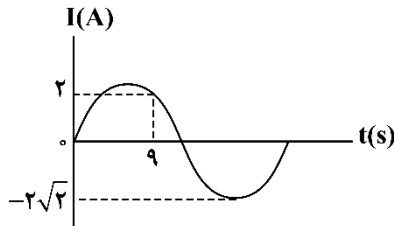
برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جایی که امکان دارد باید از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده کنیم. این کار، اتلاف توان را در خط‌های انتقال کاهش می‌دهد. همچنین، با توجه به کاهش جریان می‌توان از سیم‌های نازک‌تری استفاده و در مصرف مواد اولیه ساخت سیم صرفه‌جویی کرد.

از طرف دیگر، ملاحظات ایمنی و الزامات عایق‌بندی در ساخت وسایل خانگی و صنعتی، ولتاژهای به نسبت پایین‌تری را در محل مصرف انرژی ضروری می‌کند.



۷۸- نمودار تغییرات جریان سینوسی متناوب عبوری از مقاومت $R = 5\Omega$ بر حسب زمان، مطابق شکل است. توان مصرفی مقاومت در

لحظه $t = 20s$ چند وات است؟



- ۱۰ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

(سخت - نموداری - ۱۱۰۴)

گام اول:

دوره تناوب جریان را به دست می‌آوریم:

$$I = I_{\max} \sin \frac{2\pi}{T} \times t \Rightarrow 2 = 2\sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} \times 9 \Rightarrow \sin \frac{2\pi}{T} \times 9 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ سینوس دو زاویه $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{3\pi}{4}$ است، اما با توجه به این که در لحظه $t = 9s$ بعد از قله نمودار هستیم، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ را $\sin \frac{3\pi}{4}$ در نظر می‌گیریم.

$$\frac{2\pi}{T} \times 9 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow T = 24s$$

گام دوم:

جریان عبوری از مقاومت در لحظه $t = 20s$ را محاسبه می‌کنیم:

$$t = 20s \Rightarrow I = 2\sqrt{2} \times \sin\left(\frac{2\pi}{24} \times 20\right) = 2\sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{3} = 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{6} A$$

گام آخر:

توان مصرفی مقاومت در این لحظه برابر است با:

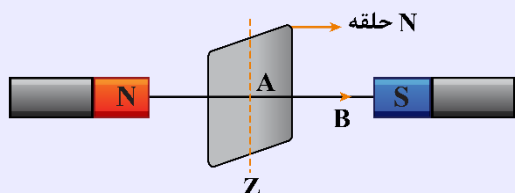
$$P = RI^2 = 5 \times (-\sqrt{6})^2 = 30W$$

مولد جریان متناوب

برای تولید نیروی محرکه القایی باید شار عبوری از مدار بسته را تغییر دهیم، چون $\Phi = BA \cos \theta$ است. ساده‌ترین روش برای تغییر شار، تغییر زاویه θ می‌باشد. به همین دلیل متداول‌ترین روش برای تولید جریان القایی تغییر θ می‌باشد.

مطابق شکل زیر، فرض کنید قابی مستطیل شکل شامل N حلقه و به مساحت A در معرض میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار گیرد.

حال اگر قاب، حول محور Z بچرخد و در لحظه $t = 0$ زاویه بین $\vec{B}$ و خط عمود بر قاب، صفر باشد و قاب در مدت زمان T (دوره تناوب) یک دور کامل (2π) بزند، داریم:



زمان	زاویه طی شده	
T	2π	$\Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \Phi = BA \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \Phi_m = B \cdot A$
t	θ	



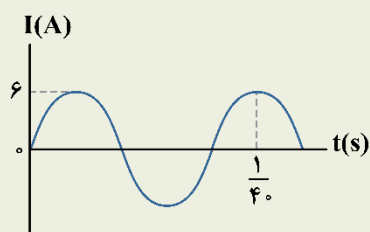
به کمک قانون فاراده ثابت می‌شود که نیروی محرکه القایی در پیچه (قاب) و جریان القا شده در پیچه از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \frac{2\pi}{T} t \xrightarrow{I = \frac{\varepsilon}{R}} I_m \sin \frac{2\pi}{T} t$$

ε_m : بیشینه نیروی محرکه القایی I_m : بیشینه جریان القایی در پیچه

کنکور سراسری ریاضی خارج از کشور ۱۳۹۹

از یک سیملوله آرمانی جریان متناوب سینوسی که نمودار آن برحسب زمان به صورت شکل زیر است، عبور می‌کند. اگر انرژی ذخیره شده در



لحظه $t = \frac{1}{40}$ s برابر ۷۲ میلی ژول باشد، ضریب القاوری سیملوله چند میلی هانری است؟

- (۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۳

پاسخ تشریحی:

گام اول: دوره تناوب جریان متناوب را محاسبه می‌کنیم:

$$T + \frac{T}{4} = \frac{5T}{4} = \frac{1}{40} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

گام دوم: معادله جریان متناوب برحسب زمان را می‌نویسیم و جریان در لحظه $t = \frac{1}{40}$ s را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{I_m = 6 \text{ A}, T = \frac{1}{50} \text{ s}} I = 6 \sin(100\pi t) \xrightarrow{t = \frac{1}{40} \text{ s}} I = 6 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow I = 3\sqrt{2} \text{ A}$$

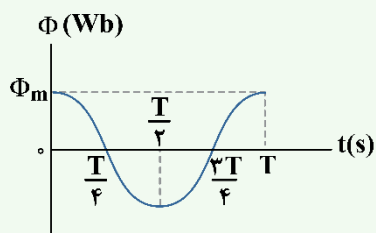
گام آخر: به کمک رابطه انرژی ذخیره شده در القاگر، ضریب القاوری را حساب می‌کنیم:

$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 72 \text{ mJ} = \frac{1}{2} \times L \times (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow 72 \text{ mJ} = 9L \Rightarrow L = 8 \text{ mH}$$

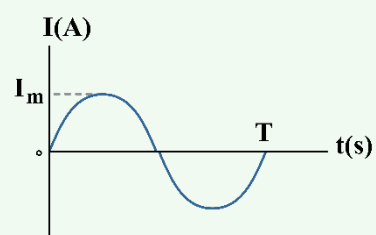
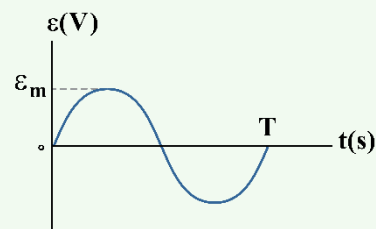
پاسخ: گزینه ۱

نکات تکمیلی مولد جریان متناوب

همان طور که ملاحظه کردیم در مولد جریان متناوب داریم:



$$\Phi = BA \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = \Phi_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$



$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \\ I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \end{cases} \Rightarrow I_m = \frac{\varepsilon_m}{R}$$

ϵ و I به صورت سینوسی تغییر می‌کنند، به همین دلیل مولد فوق را مولد جریان متناوب می‌گوییم. مطابق شکل‌ها نکته مهم آن است که هنگامی که $\Phi = 0$ است، ϵ و I مقادیر ماکزیمم ϵ_m و I_m را دارند و هنگامی که $\Phi = \Phi_{\max}$ است، $I = 0$ و $\epsilon = 0$ است. ✓ با توجه به روابط Φ ، ϵ و I می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{\Phi}{\Phi_m}\right)^2 + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_m}\right)^2 = 1, \quad \frac{\epsilon}{\epsilon_m} = \frac{I}{I_m}$$



۷۹- طول یک سیملوله بدون هسته، 30cm و سطح هر حلقه آن 40cm^2 است. این سیملوله دارای 3000 حلقه نزدیک به هم است و

از آن جریان الکتریکی 5A می‌گذرد. ضریب القاوری سیملوله چند میلی‌هائری است؟ $(\mu_0 = 12/5 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

۱۵ (۴)

۱۵۰ (۳)

۷/۵ (۲)

۷۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

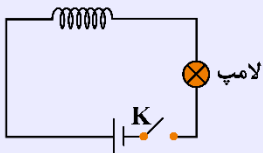
از رابطه ضریب القاوری داریم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

$$L = \frac{12/5 \times 10^{-7} \times 3000^2 \times 40 \times 10^{-4}}{30 \times 10^{-2}} = 150 \times 10^{-3} \text{H} = 150 \text{mH}$$

القاوری

وقتی در مدار جریان تغییر می‌کند، اجزایی مانند القاگر با تغییر ناگهانی جریان مخالفت می‌کنند. درواقع طبق رابطه $U = \frac{1}{2} LI^2$ هنگام تغییر



جریان، انرژی در القاگر ذخیره یا آزاد می‌شود. در مدار مقابل با بستن کلید K ، وجود القاگر باعث می‌شود جریان لامپ به تدریج افزایش یابد. دقت کنیم که القاگر با تغییر جریان مخالفت می‌کند و پس از ثابت شدن جریان، القاگر فقط مانند یک مقاومت عمل می‌کند.

توجه داشته باشیم که مقاومت‌ها در هنگام عبور جریان، انرژی الکتریکی مصرف می‌کنند، ولی در القاگر، تغییر جریان الکتریکی باعث مبادله شدن انرژی می‌شود. در القاگرها با افزایش جریان، انرژی ذخیره می‌شود ولی با کاهش جریان، انرژی آزاد می‌شود.

روابط انرژی ذخیره‌شده در القاگر و ضریب القاوری:

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

A : مساحت قاعده ℓ : طول سیملوله

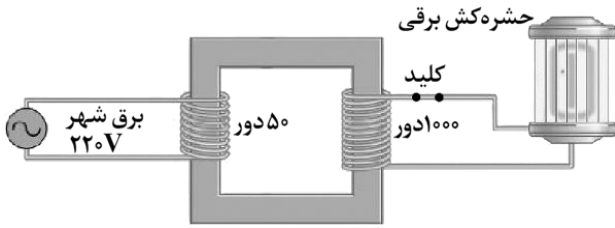
واحد ضریب القاوری هائری (H) است که معادل $\frac{\text{ژول}}{(\text{آمپر})^2}$ است.

با استفاده از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ واحد μ_0 معادل $\frac{\text{T.m}}{\text{A}}$ است؛ بنابراین در رابطه $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$ خواهیم داشت:

$$\text{هائری} = \frac{\left(\frac{\text{متر} \cdot \text{تسلا}}{\text{آمپر}}\right) (\text{مترمربع})}{\text{متر}} \Rightarrow \text{هائری} = \frac{\text{تسلا} \cdot \text{مترمربع}}{\text{آمپر}} \Rightarrow H = \frac{\text{T.m}^2}{\text{A}}$$



۸۰- شکل زیر، یک مبدل آرمانی را نشان می‌دهد که ولتاژ لازم برای کار یک دستگاه حشره‌کش برقی را فراهم می‌کند. پیچهٔ اولیه ۵۰ دور دارد و به برق شهر (ولتاژ ۲۲۰V) وصل است. اگر پیچهٔ ثانویه شامل ۱۰۰۰ دور باشد، مبدل ولتاژ چند ولت را برای کار کردن دستگاه حشره‌کش تأمین می‌کند؟



- (۱) ۴۴۰۰
- (۲) ۱۱
- (۳) ۴۱۸۰
- (۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۱

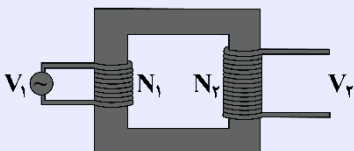
(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

طبق رابطهٔ مبدل‌ها داریم:

$$\frac{V_{\text{خروجی}}}{V_{\text{ورودی}}} = \frac{N_{\text{خروجی}}}{N_{\text{ورودی}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{خروجی}}}{220} = \frac{1000}{50} \Rightarrow V_{\text{خروجی}} = 4400V$$

مبدل

اگر تعداد دورهای خروجی (ثانویه) یک مبدل بیشتر از تعداد دورهای ورودی (اولیه) آن باشد، مبدل افزایش‌دهنده است و اگر تعداد دورهای خروجی (ثانویه) کمتر از تعداد دورهای ورودی (اولیه) باشد، مبدل کاهش‌دهنده است. برای تبدیل در مبدل، می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:



$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$





بودجه‌بندی
این آزمون

شیمی ۱: آب، آهنگ زندگی (صفحه‌های ۸۵ تا ۱۰۰)
شیمی ۲: پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر (صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۳)

سهم در
کنکور

شیمی ۱: ۲ تست از ۳۰ تست کنکور
شیمی ۲: ۲ تست از ۳۰ تست کنکور

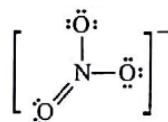
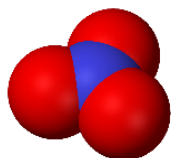
پایه دهم (بخش انتخابی)

- ۸۱- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در یون نیترات، برابر شمار جفت الکترون‌های پیوندی موجود در مولکول NO_2Cl بوده و چینش اتم‌های کناری در اطراف اتم مرکزی در این یون مشابه به چینش اتم‌های کناری در اطراف اتم مرکزی در است.
- (۱) $2/66$ - گوگرد تری‌اکسید
(۲) 2 - گوگرد تری‌اکسید
(۳) $2/66$ - آمونیاک
(۴) 2 - آمونیاک

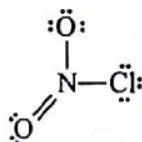
پاسخ: گزینه ۲

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

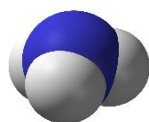
ساختار لوویس و مدل فضاپرکن یون نیترات به صورت زیر است.



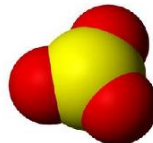
همان‌طور که مشخص است، در این یون ۸ جفت الکترون ناپیوندی وجود داشته و مدل فضاپرکن آن نیز کاملاً مسطح (غیر برجسته) است. ساختار لوویس NO_2Cl به صورت زیر است:



همان‌طور که مشخص است، در این مولکول ۴ جفت الکترون پیوندی در قالب ۴ پیوند اشتراکی در بین اتم‌ها دیده می‌شود. مدل فضاپرکن و ساختار لوویس مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید و آمونیاک نیز به صورت زیر است:



آمونیاک



گوگرد تری‌اکسید

چینش اتم‌ها در مولکول گوگرد تری‌اکسید به صورت مسطح و در مولکول آمونیاک به صورت غیرمسطح (برجسته) است.



- ۸۲- مقدار ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول منیزیم نیترات با غلظت 74 ppm و چگالی $1/25$ گرم بر میلی‌لیتر را با ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول منیزیم کلرید با غلظت 190 ppm و چگالی ۱ گرم بر میلی‌لیتر مخلوط می‌کنیم. غلظت یون منیزیم در محلول حاصل از این فرایند برابر با چند ppm می‌شود؟ ($Cl = 35/5, Mg = 24, O = 16, N = 14 : g. \text{mol}^{-1}$)

۳۶ (۴)

۷۲ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)



با توجه به اطلاعات داده شده از محلول منیزیم نیترات، جرم این محلول و جرم یون منیزیم موجود در آن را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه غلظت یک گونه شیمیایی در یک محلول در مقیاس ppm ، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

بر این اساس، داریم:

$$125 \text{ g} = 100 \text{ mL} \times 1/25 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} = \text{چگالی} \times \text{حجم محلول} = \text{جرم محلول}$$

جرم کاتیون منیزیم موجود در محلول اول را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } Mg^{2+} = 125 \text{ g محلول} \times \frac{24 \text{ g } Mg(NO_3)_2}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } Mg(NO_3)_2}{148 \text{ g } Mg(NO_3)_2} \times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{1 \text{ mol } Mg(NO_3)_2} \times \frac{24 \text{ g } Mg^{2+}}{1 \text{ mol } Mg^{2+}} = 1/5 \times 10^{-3}$$

در مرحله بعد، جرم محلول منیزیم کلرید و جرم یون منیزیم موجود در آن را محاسبه می‌کنیم:

$$250 \text{ g} = 250 \text{ mL} \times 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} = \text{چگالی} \times \text{حجم محلول} = \text{جرم محلول}$$

جرم کاتیون منیزیم موجود در محلول دوم را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } Mg^{2+} = 250 \text{ g محلول} \times \frac{190 \text{ g } MgCl_2}{10^6 \text{ g محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } MgCl_2}{95 \text{ g } MgCl_2} \times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{1 \text{ mol } MgCl_2} \times \frac{24 \text{ g } Mg^{2+}}{1 \text{ mol } Mg^{2+}} = 12 \times 10^{-3}$$

با توجه به جرم هر محلول و جرم یون منیزیم موجود در آن‌ها، غلظت یون منیزیم را در محلول نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 = \frac{1/5 \times 10^{-3} + 12 \times 10^{-3}}{125 + 250} \times 10^6 = 36$$



۸۳- تصویر مقابل، محلولی از اتانول در آب به حجم ۱۲۵ میلی‌لیتر را نشان می‌دهد. اگر هریک از گوی‌های نشان داده شده در این محلول معادل با $10^{23} \times 1/505$ مولکول اتانول باشد، برای تهیه ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار اتانول، باید چند میلی‌لیتر از این محلول را با مقدار کافی آب مخلوط کنیم؟

۷۵ (۴)

۱۵ (۳)

۵۰ (۲)

۱۰ (۱)

ابتدا شمار مول‌های اتانول موجود در ۸۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار اتانول (محلول نهایی) را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol اتانول} = 800 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{0.2 \text{ mol اتانول}}{1 \text{ L محلول}} = 0.16 \text{ mol}$$

در مرحله بعد، تعداد مول‌های اتانول موجود در محلول ۱۲۵ میلی‌لیتری اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol اتانول} = 8 \text{ گوی} \times \frac{1/505 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ گوی}} \times \frac{1 \text{ mol اتانول}}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول}} = 2 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، در ۱۲۵ میلی‌لیتر از این محلول ۲ مول اتانول وجود دارد. با توجه به شمار مول‌های اتانول موجود در محلول نهایی، حجم مورد نیاز از این محلول را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mL محلول} = 0.16 \text{ mol اتانول} \times \frac{125 \text{ mL محلول}}{2 \text{ mol اتانول}} = 10 \text{ mL}$$



۸۴- در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، ۱ لیتر محلول ۰/۲ مولار سدیم کلرید با ۸ لیتر محلول نقره نیترات با چگالی ۱/۲۵ گرم بر میلی لیتر و غلظت معین به طور کامل واکنش می دهد. غلظت محلول نقره نیترات مصرف شده در این فرایند بر حسب ppm کدام است؟
 $(Ag = 108, O = 16, N = 14 : g.mol^{-1})$

۱۷۰۰ (۴)

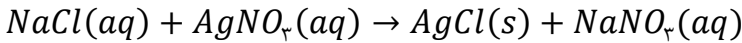
۲۲۵۰ (۳)

۳۴۰۰ (۲)

۸۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش میان محلول های نقره نیترات و سدیم کلرید به صورت زیر است:



با توجه به اطلاعات داده شده از محلول سدیم کلرید، جرم نقره نیترات مصرف شده در این واکنش را محاسبه می کنیم.

$$? g AgNO_3 = 1 L \text{ محلول سدیم کلرید} \times \frac{0.2 mol NaCl}{1 L \text{ محلول سدیم کلرید}} \times \frac{1 mol AgNO_3}{1 mol NaCl} \times \frac{170 g AgNO_3}{1 mol AgNO_3} = 34 g$$

با توجه به جرم نقره نیترات موجود در محلول دوم، غلظت این ماده را محاسبه می کنیم.

$$g/mL = \frac{1000 mL \times 1/25}{10000 g} = 10000 g$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم حلال}} \times 10^6 = \frac{34}{10000} \times 10^6 = 3400$$



۸۵- در فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب های زیر، نسبت میان شمار اتم ها به شمار عناصر در مقایسه با سایر ترکیب ها بیشتر است؟
 (فرمول شیمیایی یون سیلیکات به صورت SiO_4^{4-} است.)

(۴) مس (II) سیلیکات

(۳) کلسیم هیدروکسید

(۲) آهن (III) نیترات

(۱) آلومینیم سولفات

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی ترکیبات داده شده و اطلاعات مربوط به هر ترکیب، به صورت زیر است:

آلومینیم سولفات: $Al_2(SO_4)_3$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۱۷

آهن (III) نیترات: $Fe(NO_3)_3$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۱۳

کلسیم هیدروکسید: $Ca(OH)_2$ ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۵

مس (II) سیلیکات: Cu_2SiO_4 ← شمار عناصر: ۳ ← شمار اتم ها: ۷

با توجه به اطلاعات داده شده از این مواد، نسبت میان تعداد اتم ها به تعداد عناصر در آلومینیم سولفات بیشتر از سایر ترکیب ها است.



۸۶- درصد جرمی سدیم در مخلوطی به جرم ۱۲۵ گرم از منیزیم سولفات و سدیم سولفات برابر با ۱۸/۴٪ است. این مخلوط جامد را در مقداری آب حل می کنیم. اگر غلظت مولی یون سولفات در محلول حاصل برابر با ۰/۵ مول بر لیتر باشد، حجم این محلول برابر با چند لیتر است؟
 $(S = 32, Mg = 24, Na = 23, O = 16 : g.mol^{-1})$

۲/۵ (۴)

۱/۹ (۳)

۳/۲ (۲)

۱/۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

با توجه به جرم سدیم موجود در این مخلوط، جرم سدیم سولفات و منیزیم سولفات را محاسبه می کنیم.

$$\text{درصد جرمی سدیم} = \frac{\text{جرم سدیم}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \implies 18/4 = \frac{x g}{125 g} \times 100 \implies x = 23 g$$

$$? g Na_2SO_4 = 23 g Na \times \frac{1 mol Na}{23 g Na} \times \frac{1 mol Na_2SO_4}{2 mol Na} \times \frac{142 g Na_2SO_4}{1 mol Na_2SO_4} = 71 g$$



جرم کل مخلوط اولیه از نمک‌ها برابر با ۱۲۵ گرم بوده است. بر این اساس، می‌توان گفت در مخلوط مورد نظر ۷۱ گرم سدیم سولفات و ۵۴ گرم منیزیم سولفات وجود دارد، پس داریم:

$$? \text{ mol } Na_2SO_4 = 71 \text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142 \text{ g } Na_2SO_4} = 0.5 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol } MgSO_4 = 54 \text{ g } MgSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } MgSO_4}{120 \text{ g } MgSO_4} = 0.45 \text{ mol}$$

با توجه به محاسبات فوق، ۰/۴۵ مول منیزیم سولفات و ۰/۵ مول سدیم سولفات در مخلوط مورد نظر وجود دارد. در واحد فرمولی هر نمک نیز یک عدد یون سولفات یافت می‌شود، پس با انحلال این مخلوط در آب، ۰/۹۵ مول یون سولفات در محلول آزاد می‌شود. بر این اساس داریم:

$$\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} = \frac{0.95 \text{ mol}}{x \text{ L}} \Rightarrow 0.5 = \frac{0.95 \text{ mol}}{x \text{ L}} \Rightarrow x = 1.9 \text{ L}$$



۸۷- غلظت یون فلوئورید در محلول ۰/۴۵ مولار کلسیم فلوئورید با چگالی ۱/۱۴ گرم بر میلی‌لیتر، بر حسب ppm کدام است؟ ($F = 19 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷۵۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۱۵۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جرم یون فلوئورید موجود در یک لیتر محلول کلسیم فلوئورید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } F^- = 1 \text{ L محلول} \times \frac{0.45 \text{ mol } CaF_2}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{2 \text{ mol } F^-}{1 \text{ mol } CaF_2} \times \frac{19 \text{ g } F^-}{1 \text{ mol } F^-} = 17.1 \text{ g}$$

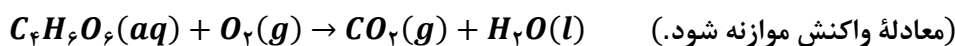
در مرحله بعد، جرم محلول را به دست آورده و پس از آن، غلظت یون فلوئورید را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{جرم محلول} = \text{چگالی} \times \text{حجم محلول} = 1.14 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} \times 1000 \text{ mL} = 1140 \text{ g}$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم حلال}} \times 10^6 = \frac{17.1}{1140} \times 10^6 = 1500$$



۸۸- برای اکسایش بخشی از تارتاریک اسید ($C_4H_6O_6$) موجود در ۲۰۰ میلی‌لیتر از محلول آبی آن، ۴۰ گرم گاز اکسیژن مصرف می‌شود. در صورتی که غلظت آغازی تارتاریک اسید در محلول، ۳/۴ برابر غلظت پایانی آن باشد، به تقریب چند درصد از تارتاریک اسید موجود در محلول اولیه در این واکنش شرکت کرده است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۵۶/۲ (۴)

۸۲/۸ (۳)

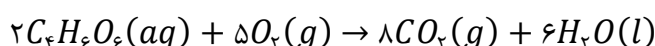
۶۶/۷ (۲)

۷۵/۴ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم:



سپس تعداد مول تارتاریک اسید مصرف شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol } C_4H_6O_6 = 40 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{2 \text{ mol } C_4H_6O_6}{5 \text{ mol } O_2} = 0.5 \text{ mol}$$



طی این فرایند، مقدار ۰/۵ مول تارتاریک اسید مصرف شده است. تعداد مول پایانی تارتاریک اسید را x در نظر می‌گیریم. بنابراین تعداد مول آغازی این ماده در محلول اولیه برابر با $x + ۰/۵$ مول است. در این فرایند مقداری آب تولید شده است، برای محاسبه غلظت نهایی، جرم آب تولید شده در واکنش اکسایش تارتاریک اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$? g H_2O = 40 g O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 g O_2} \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{5 \text{ mol } O_2} \times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 27 g H_2O$$

بنابراین حجم پایانی محلول ۰/۲۲۷ لیتر است. با توجه به اینکه غلظت مولی آغازی، ۳/۴ برابر غلظت مولی نهایی است، داریم:

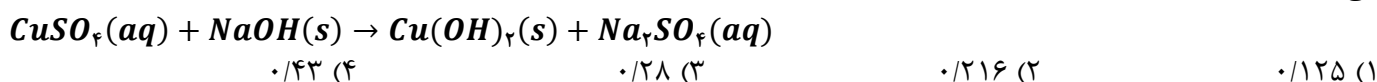
$$\frac{\text{غلظت مولی}}{\text{حجم محلول}} = \frac{\text{غلظت مولی}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow \frac{x + 0.5}{0.2} = \frac{3}{4} \times \frac{x}{0.227} \Rightarrow x \approx 0.25$$

بنابراین در ابتدا تقریباً ۰/۷۵ مول تارتاریک اسید در محلول وجود داشته است که ۰/۵ مول از آن مصرف شده است. در قدم بعد، درصد تقریبی تارتاریک اسید مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{0.5}{0.75} \times 100 \approx 66.7 \text{ درصد}$$



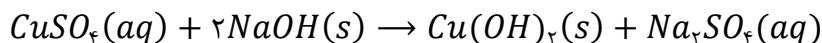
۸۹- به ۴ کیلوگرم محلول ۷۵۰۰ ppm مس (II) سولفات، مقدار لازم سدیم هیدروکسید جامد اضافه می‌کنیم تا واکنش موازنه نشده زیر به‌طور کامل انجام شود. درصد جرمی یون سدیم در محلول به‌دست آمده در پایان واکنش پس از جدا کردن رسوب تقریباً چقدر می‌شود؟ ($Cu = 64, S = 32, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)



(سخت - مسئله ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش به‌صورت زیر است:



ابتدا جرم مس (II) سولفات موجود در محلول اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم مس (II) سولفات} = \frac{4000 \times 7500}{10^6} = 30 g$$

توجه داریم که در رابطه ppm باید واحد جرم حل‌شونده و جرم محلول یکسان باشد. با توجه به محاسبات انجام شده، جرم آب موجود در محلول ۴ کیلوگرمی اولیه برابر خواهد بود با:

$$\text{جرم آب} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = 4000 - 30 = 3970 g$$

در قدم بعدی جرم سدیم سولفات و یون‌های سدیم تولید شده را حساب می‌کنیم:

$$? g Na_2SO_4 = 30 g CuSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } CuSO_4}{160 g CuSO_4} \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{1 \text{ mol } CuSO_4} \times \frac{142 g Na_2SO_4}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} = 26.625 g$$

$$? g Na^+ = 30 g CuSO_4 \times \frac{1 \text{ mol } CuSO_4}{160 g CuSO_4} \times \frac{2 \text{ mol } Na^+}{1 \text{ mol } CuSO_4} \times \frac{23 g Na^+}{1 \text{ mol } Na^+} = 8.625 g$$

طی این فرایند، عملاً مقداری مس (II) سولفات از محلول خارج شده و به‌جای آن، مقداری سدیم سولفات به محلول وارد شده است. به عبارت دیگر، جرم محلول به‌خاطر کم شدن مس (II) سولفات به اندازه ۳۰ گرم کاهش یافته و به‌خاطر اضافه شدن سدیم سولفات، به اندازه ۲۶/۶۲۵ گرم افزایش یافته است. بر این اساس می‌توان گفت جرم محلول نهایی برابر با ۳۹۹۶/۶۲۵ گرم می‌شود. البته، چون مقادیر داده شده در گزینه‌ها خیلی به هم نزدیک نیستند، می‌توانیم از تقریب استفاده کنیم. در نهایت درصد جرمی یون‌های سدیم را در محلول نهایی به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی یون‌های سدیم} = \frac{\text{جرم یون‌های سدیم}}{\text{جرم آب} + \text{جرم سدیم سولفات}} \times 100 = \frac{8.625}{26.625 + 3970} \times 100 = \frac{862.5}{3996.625} \approx \frac{862.5}{4000} \approx 0.216\%$$





۹۰- در ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول ۲۰ درصد جرمی سولفوریک اسید با چگالی 1.048 g/mL ، چند گرم سولفوریک اسید وجود دارد و این محلول چند مولار است؟ ($S = 32, O = 16, H = 1 : \text{g.mol}^{-1}$)

(۴) ۹۸ - ۲

(۳) ۹۸ - ۱

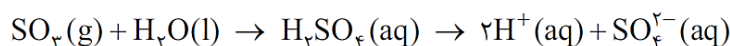
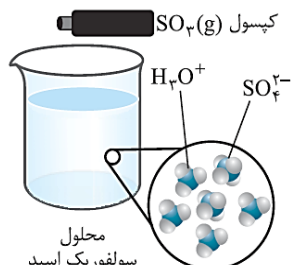
(۲) ۴۹ - ۲

(۱) ۴۹ - ۱

(آسان - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول شیمیایی سولفوریک اسید به صورت H_2SO_4 است. این اسید به صورت زیر تولید می‌شود:



ابتدا غلظت مولی محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{10 \text{ ad}}{M} = \frac{10 \times 20 \times 0.048}{98} = 2 \text{ mol.L}^{-1}$$

در قدم بعدی جرم سولفوریک اسید موجود در محلول را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g } H_2SO_4 = 250 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{2 \text{ mol } H_2SO_4}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{98 \text{ g } H_2SO_4}{1 \text{ mol } H_2SO_4} = 49 \text{ g}$$



۹۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

الف - به آب آشامیدنی مقدار بسیار کمی یون فلوئورید می‌افزایند؛ زیرا وجود این یون سبب حفظ سلامت دندان‌ها می‌شود.

ب - آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های گوناگون است.

ج - چهار کاتیون فراوان آب‌کره، به صورت یون‌های تک اتمی هستند.

د - سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ‌کره وارد آب‌کره می‌شوند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

(آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

همه عبارت‌های داده شده، درست هستند.

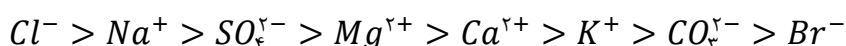
بررسی موارد:

الف) و ب) آب آشامیدنی مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های گوناگون است. برخی از این یون‌ها به طور طبیعی

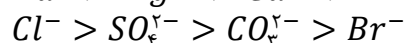
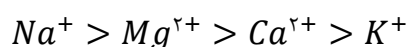
در آب حل شده و برخی دیگر در مراکز تأمین آب آشامیدنی سالم به آن افزوده می‌شود. برای نمونه، به آب آشامیدنی مقدار بسیار کم

و مناسب یون فلوئورید می‌افزایند؛ زیرا وجود این یون سبب حفظ سلامت دندان‌ها می‌شود.

ج) ترتیب مقدار یون‌های موجود در آب دریا (هم کاتیون و هم آنیون) به صورت زیر است:



مقایسه کاتیون‌ها و آنیون‌ها، به صورت جداگانه نیز در زیر آمده است:



همان‌طور که می‌بینید ۴ کاتیون فراوان آب‌کره به صورت تک اتمی هستند. (منظور از یون چند اتمی، یونی است که بیش از یک اتم

در ساختار خود داشته باشد؛ مانند یون OH^-)



سالانه میلیاردها تن مواد گوناگون از سنگ کره وارد آب کره می‌شوند. از آن جا که جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است، پس باید همین مقدار ماده نیز از آب دریاها و اقیانوس‌ها خارج شود.



۹۲- چند مورد از مطالب زیر، در مورد واکنش محلول باریم کلرید و محلول سدیم سولفات درست هستند؟

- الف - از این واکنش برای شناسایی یون باریم می‌توان استفاده کرد.
 ب - رنگ رسوب تولید شده با رنگ نمک کلسیم فسفات مشابه است.
 ج - ساختار فضایی یون چند اتمی موجود در این واکنش، مشابه یون نیترات است.
 د - اگر یک مول از هر واکنش‌دهنده وارد واکنش شود، مجموع مول یون‌ها در محلول ۱ واحد کاهش می‌یابد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(سخت - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

موارد (الف) و (ب) درست هستند. واکنش محلول باریم کلرید و محلول سدیم سولفات به صورت زیر است:

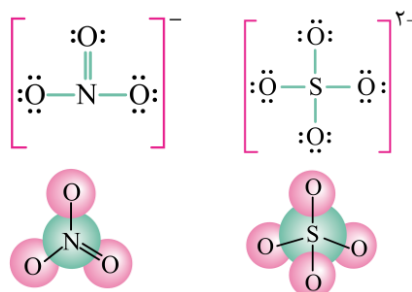
$$Na_2SO_4(aq) + BaCl_2(aq) \rightarrow 2NaCl(aq) + BaSO_4(s)$$

بررسی موارد:

الف) برای شناسایی یون باریم از یون سولفات استفاده می‌شود؛ زیرا یون سولفات با یون باریم واکنش داده و نمک نامحلول در آب تولید می‌کند؛ به عبارتی رسوب سفید رنگ تشکیل شده، نشان‌دهنده حضور یون باریم در محلول است.

ب) رسوب تشکیل شده در این واکنش، $BaSO_4$ است که مشابه $Ca_3(PO_4)_2$ نمک سفید رنگ می‌باشد.

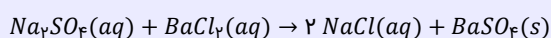
ج) یون چند اتمی موجود در این واکنش، سولفات است که ساختار فضایی متفاوتی از یون نیترات دارد. اطراف اتم مرکزی در یون سولفات ۴ اتم وجود دارد؛ در حالی که در اطراف اتم مرکزی یون نیترات، ۳ اتم وجود دارد:



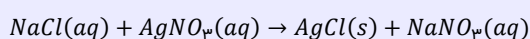
اگر یک مول از هر واکنش‌دهنده وارد واکنش شود، ۲ مول $NaCl$ به صورت محلول و ۱ مول $BaSO_4$ به صورت رسوب تشکیل می‌شود. پس یون‌های باریم و سولفات از حالت محلول خارج می‌شوند. در هر مول از محلول Na_2SO_4 ۲ مول یون سدیم و ۱ مول یون سولفات وجود دارد. همچنین در هر مول $BaCl_2$ ، ۱ مول یون باریم و ۲ مول یون کلرید داریم. پس در ابتدا در مجموع ۶ مول یون در محلول موجود بوده است. در انتهای واکنش ۲ مول $NaCl$ محلول تولید شده که در هر مول از آن ۲ مول یون وجود دارد؛ به عبارتی در محلول نهایی ۴ مول یون محلول داریم. پس شمار مول یون‌های محلول، ۲ واحد کاهش یافته است.

واکنش شناسایی یون‌ها

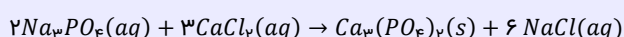
شناسایی یون باریم به کمک یون سولفات



شناسایی یون کلرید به کمک یون نقره



شناسایی یون کلسیم به کمک یون فسفات



همه رسوب‌های تشکیل شده در واکنش‌های بالا، سفید رنگ هستند.



۹۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد ترکیب حاصل از فراوان ترین آنیون آب دریا با یون آمونیوم، نادرست است؟

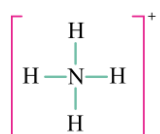
- (۱) دارای دو نوع پیوند یونی و اشتراکی است.
- (۲) به هنگام تشکیل هر مول از این ترکیب، ۲ مول الکترون مبادله می شود.
- (۳) در هر مول از این ترکیب، مشابه ترکیب کلسیم کربنات، ۲ مول یون وجود دارد.
- (۴) ساختار فضایی فراوان ترین آنیون چند اتمی آب دریا، مشابه ساختار فضایی کاتیون موجود در آن است.

پاسخ: گزینه ۲

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۳)

فراوان ترین آنیون آب دریا، Cl^- است. ترکیب حاصل از این یون، با یون آمونیوم (NH_4^+)، ترکیبی یونی با فرمول NH_4Cl است. به هنگام تشکیل هر مول از این ترکیب، ۱ مول الکترون از یون آمونیوم به یون کلرید منتقل شده است.

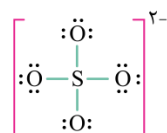
بررسی سایر گزینه ها:



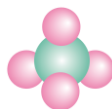
در ساختار کاتیون آمونیوم، پیوند اشتراکی میان اتم های هیدروژن و نیتروژن وجود دارد. ساختار لوویس آمونیوم به صورت روبه رو است:

پس می توان گفت در آمونیوم کلرید، هر دو نوع پیوند یونی و کووالانسی یافت می شود.

در هر مول از NH_4Cl ۲ مول یون (Cl^- ۱ مول و NH_4^+ ۱ مول) وجود دارد. فرمول شیمیایی کلسیم کربنات به صورت $CaCO_3$ است. در هر مول از این ترکیب نیز، ۲ مول یون (CO_3^{2-} ۱ مول و Ca^{2+} ۱ مول) داریم.

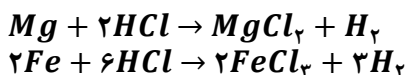


فراوان ترین آنیون چند اتمی آب دریا، SO_4^{2-} است. ساختار لوویس این یون در شکل روبه رو آمده است: ساختار فضایی هر دو یون NH_4^+ و SO_4^{2-} به صورت زیر است:



• • •

۹۴- اگر ۲۱۶ گرم آلیاژی شامل منیزیم و آهن با هیدروکلریک اسید واکنش دهد و در شرایطی که چگالی گاز هیدروژن برابر با ۰/۲۵ گرم بر لیتر است، ۵۲ لیتر گاز هیدروژن تولید شود، جرم آهن موجود در آلیاژ چند گرم است؟ ($H = 1, Mg = 24, Fe = 56, g.mol^{-1}$)



۵۶ (۴)

۸۴ (۳)

۱۱۲ (۲)

۱۶۸ (۱)

(سخت - مسئله - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

فرض می کنیم x مول از منیزیم و y مول از آهن داریم. جرم x مول منیزیم برابر با $24x$ و جرم y مول آهن برابر با $56y$ است. پس داریم: $24x + 56y = 216$

واکنش های داده شده به صورت موازنه شده هستند. بنابراین از مصرف هر مول منیزیم، یک مول گاز هیدروژن و از مصرف هر دو مول آهن، ۳ مول گاز هیدروژن تولید می شود. پس گاز H_2 تولید شده از مصرف x مول منیزیم برابر با x مول و گاز H_2 تولید شده از مصرف y مول آهن برابر با $1.5y$ است:

$$x \text{ mol } H_2 = x \text{ mol } Mg \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } Mg} = x$$

$$y \text{ mol } H_2 = y \text{ mol } Fe \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } Fe} = 1.5y$$

پس مجموعاً $1.5y + x$ گاز H_2 تولید می شود. در شرایطی که چگالی گاز H_2 برابر با ۰/۲۵ گرم بر لیتر باشد، جرم ۵۲ لیتر از آن برابر

$$0.25 = \frac{\text{جرم}}{52} \rightarrow \text{جرم} = 13 \text{ g}$$

$$x + 1.5y = 6.5$$

۱۳ گرم گاز هیدروژن معادل ۶/۵ مول از آن است. پس داریم:



اکنون دو معادله و دو مجهول داریم و می‌توانیم با حل دستگاه، مقادیر مجهول را بیابیم:

$$\begin{cases} 24x + 56y = 216 \\ x + 1/5y = 6/5 \end{cases} \rightarrow x = 2 \quad y = 3$$

پس جرم آهن برابر با $168 = 3 \times 56$ گرم است.



۹۵- فرمول شیمیایی کدام یک از ترکیب‌های زیر، درست است؟

(۲) نقره هیدروکسید: $AgOH$
(۴) کروم (III) فسفات: $CrPO_3$

(۱) مس (I) سولفات: Cu_2S
(۳) پتاسیم (I) کربنات: K_2CO_3

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

یون هیدروکسید به صورت OH^- و یون نقره به صورت Ag^+ است. پس فرمول شیمیایی نقره هیدروکسید به صورت $AgOH$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) یون سولفات به صورت SO_4^{2-} است. پس فرمول شیمیایی مس (I) سولفات به صورت Cu_2SO_4 می‌باشد.
- ۳) پتاسیم تنها یک نوع یون تشکیل می‌دهد و نباید ظرفیت آن نوشته شود.
- ۴) یون فسفات به صورت PO_4^{3-} است؛ پس فرمول شیمیایی کروم (III) فسفات به صورت $CrPO_4$ می‌باشد.



۹۶- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) کوه‌های یخ، ۲/۱۵ درصد از منابع غیر اقیانوسی آب کره را تشکیل می‌دهند.
- (۲) جرم کل آب‌های روی کره زمین، به تقریب ۳۰ برابر جرم کل نمک‌های موجود در آن است.
- (۳) در ترکیب حاصل از فراوان‌ترین آنیون آب دریا با یون آمونیوم، دو نوع پیوند یونی و اشتراکی وجود دارد.
- (۴) مخلوطی از گازهای O_2 و H_2 در حضور کاتالیزگر یا جرقه در یک واکنش سریع و شدید، منفجر می‌شود و آب تولید می‌کند.

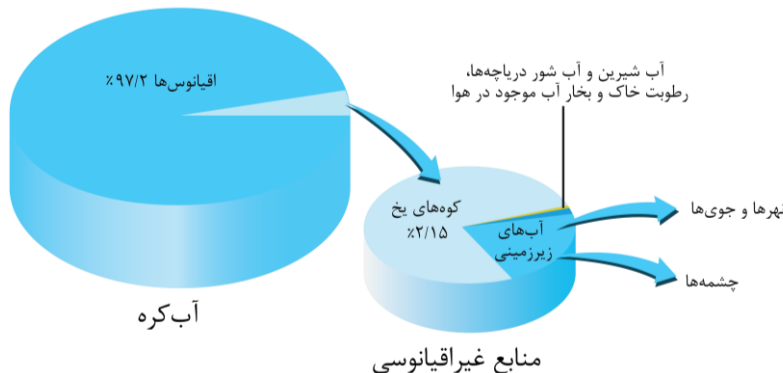
(آسان - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

۹۷/۲٪ آب کره در اقیانوس‌ها و ۲/۸٪ آن به صورت زیر وجود دارد:

مجموعه آب دریاچه‌ها، رطوبت خاک و بخار آب > آب نهرها و جوی‌ها > آب‌های زیرزمینی > کوه‌های یخ (۲/۱۵٪)

پس کوه‌های یخ، ۲/۱۵ درصد از کل آب کره و نه فقط منابع غیر اقیانوسی را تشکیل می‌دهند.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۲) جرم کل آب‌های روی کره زمین در حدود 1.5×10^{18} تن برآورد می‌شود. 5×10^{16} تن مربوط به جرم نمک‌های حل شده است. پس می‌توان گفت جرم کل آب‌های روی کره زمین، به تقریب ۳۰ برابر جرم کل نمک‌های موجود در آن است:

$$\frac{1.5 \times 10^{18}}{5 \times 10^{16}} = 30$$



۳ فراوانترین آنیون آب دریا، Cl^- است. ترکیب حاصل از این یون، با یون آمونیوم (NH_4^+)، ترکیبی یونی است اما در ساختار کاتیون آمونیوم، پیوند اشتراکی میان اتمهای هیدروژن و نیتروژن وجود دارد. پس می‌توان گفت در آمونیوم کلرید، هر دو نوع پیوند یونی و کووالانسی یافت می‌شود.

۴ مخلوطی از گازهای O_2 و H_2 در حضور کاتالیزگر یا جرقه در یک واکنش سریع و شدید، منفجر می‌شود و آب تولید می‌کند.



۹۷- نسبت شمار آنیون به کاتیون در چه تعداد از ترکیبهای زیر، با هم برابر است؟

الف - آمونیوم سولفید	ب - منیزیم نیترات	ج - مس (I) نیتريد
د - پتاسیم کربنات	هـ - نقره سولفات	و - آهن (II) فسفات
۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)
		۵ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول شیمیایی ترکیبهای داده شده و نسبت شمار آنیون به کاتیون در آنها، در زیر آمده است:

نام ترکیب	فرمول شیمیایی	نسبت شمار آنیون به کاتیون
آمونیوم سولفید	$(NH_4)_2S$	$\frac{1}{2}$
منیزیم نیترات	$Mg(NO_3)_2$	۲
مس (I) نیتريد	Cu_3N	$\frac{1}{3}$
پتاسیم کربنات	K_2CO_3	$\frac{1}{2}$
نقره سولفات	Ag_2SO_4	$\frac{1}{2}$
آهن (II) فسفات	$Fe_3(PO_4)_2$	$\frac{2}{3}$

بنابراین، نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیبهای آمونیوم سولفید، پتاسیم کربنات و نقره سولفات با هم برابر است.



۹۸- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- ۱) فلز منیزیم در تهیه آلیاژها، شربت معده، سود سوزآور و کنسرو تن ماهی کاربرد دارد.
- ۲) نمک خوراکی را با روش شیمیایی و منیزیم را با روش فیزیکی از آب دریا استخراج می‌کنند.
- ۳) به پیوند میان اتم هیدروژن با عناصر F ، O و N ، در یک مولکول، پیوند هیدروژنی می‌گویند.
- ۴) دریاچه ارومیه، یکی از دریاچه‌های شور دنیا است که مقدار نمکهای حل شده در آن بسیار زیاد است.

(آسان - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

دریاچه ارومیه، یکی از دریاچه‌های شور دنیا است که مقدار نمکهای حل شده در آن بسیار زیاد است.

محلول

محلول، مخلوطی همگن از دو یا چند ماده است که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی محلول در سرتاسر آن، یکسان و یکنواخت است. محلول‌ها می‌توانند به سه حالت وجود داشته باشند:

الف) گازی ← هوا

ب) مایع ← سرم فیزیولوژیک، ضدیخ (اتیلن گلیکول در آب)، گلاب (مخلوط همگن از چند ماده آلی در آب)

ج) جامد ← سکه فلزی



برخی محلول‌ها رقیق و برخی غلیظ هستند که از جمله محلول‌های رقیق، سرم فیزیولوژیک را می‌توان نام برد. از جمله محلول‌های غلیظ گلاب دو آتشه، محلول نیتریک اسید ۷۰٪ جرمی، آب دریای مرده و آب دریاچه ارومیه را می‌توان مثال زد.

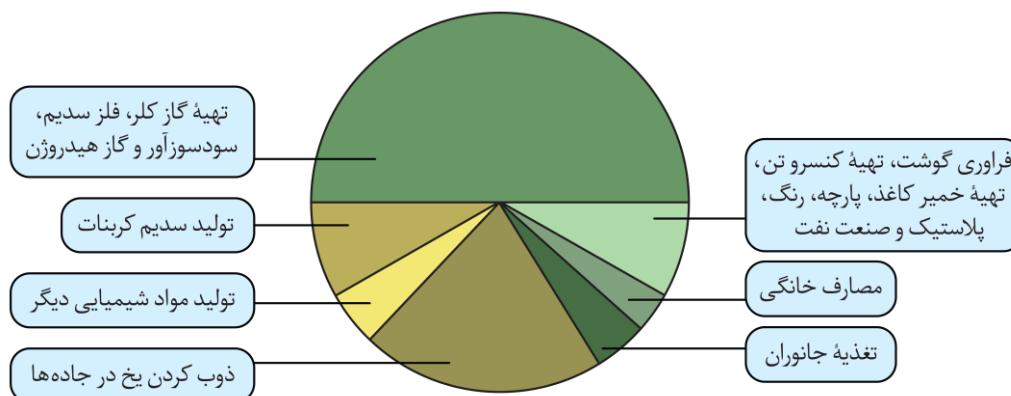
مقایسه غلظت آب چهار دریا:

اقیانوس آرام > دریای مدیترانه > دریای سرخ > دریای مرده

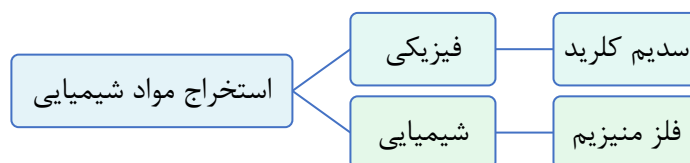
برای راحت‌تر به خاطر سپردن ترتیب نام دریاها، می‌توانید از رمز «مرده، در سرخی مدیترانه آرام گرفت» استفاده کنید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

فلز منیزیم ماده ارزشمندی است که در تهیه آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد. در تهیه سود سوزآور و کنسرو تن ماهی، از سدیم کلرید استفاده می‌شود. کاربردهای نمک $NaCl$ در شکل زیر نشان داده شده است:



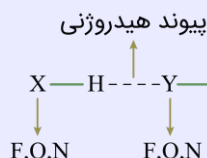
استخراج $NaCl$ و فلز منیزیم از آب دریا، به ترتیب به روش فیزیکی (به صورت تبلور) و شیمیایی (واکنش با سایر مواد) است.



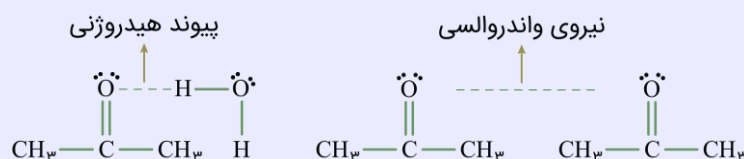
پیوند هیدروژنی، قوی‌ترین نیروی بین مولکولی است و در مولکول‌های دارای هیدروژن متصل به فلوئور، اکسیژن و نیتروژن یافت می‌شود. به عبارتی شرط تشکیل پیوند هیدروژنی، وجود حداقل یکی از پیوندهای $N-H$ (مانند NH_3)، $O-H$ (مانند H_2O) و $F-H$ (مانند HF) است. پس این پیوند، در یک مولکول وجود ندارد و نوعی نیروی بین مولکولی است.

پیوند هیدروژنی

نیروی بین مولکولی هیدروژنی (پیوند هیدروژنی)، قوی‌ترین نیروی بین مولکولی در مولکول‌های دارای هیدروژن متصل به فلوئور، اکسیژن و نیتروژن (FON) است. تصویر زیر، نمایی از یک پیوند هیدروژنی را نشان می‌دهد:



شرط تشکیل پیوند هیدروژنی، وجود حداقل یکی از پیوندهای $N-H$ (مانند NH_3)، $O-H$ (مانند H_2O) و $F-H$ (مانند HF) است. دقت کنید که استون با وجود اینکه فاقد پیوند $O-H$ در ساختار خود است، از طریق جفت الکترون ناپیوندی خود می‌تواند با آب که دارای پیوند $O-H$ است، پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. اما نیروی بین مولکولی در یک نمونه از استون خالص، از نوع واندروالسی است؛ زیرا در ساختار استون، هیدروژن متصل به اکسیژن وجود ندارد.





۹۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد استخراج فلز منیزیم از آب دریا نادرست است؟

- (۱) در مرحله نهایی، نمکی سه اتمی را به کمک جریان برق، به عناصر سازنده اش تبدیل می کنند.
- (۲) در مرحله نهایی، فلز منیزیم به صورت مذاب به همراه گازی زرد رنگ با خاصیت گندزدایی تولید می شود.
- (۳) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا را با فراوان ترین آنیون آب دریا با هم واکنش می دهند تا نمکی نامحلول تولید شود.
- (۴) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا را با آنیونی دو اتمی که دارای پیوند اشتراکی است، با هم واکنش می دهند تا ماده ای جامد تولید شود.

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - حفظی - ۱۰۰۳)

در مرحله ابتدایی استخراج منیزیم از آب دریا، دومین کاتیون فراوان آب دریا یعنی یون منیزیم را با یون هیدروکسید و نه فراوان ترین آنیون آب دریا که یون کلرید است، واکنش می دهند تا نمک جامد و نامحلول منیزیم هیدروکسید تولید شود. به درسامه زیر دقت کنید:

فلز منیزیم

فلز منیزیم ماده ارزشمندی است که در تهیه آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد. یکی از منابع تهیه این فلز آب دریا است. منیزیم در آب دریا به شکل $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد. برای استخراج و جداسازی آن، در مرحله نخست منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می دهند، سپس آن را به منیزیم کلرید تبدیل می کنند. در پایان با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید مذاب را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می کنند:

$$MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$$

بررسی سایر گزینه ها:

- (۱) در مرحله انتهایی این فرایند، نمک سه اتمی $MgCl_2$ را به کمک جریان برق، به عناصر سازنده اش تبدیل می کنند.
- (۲) در مرحله نهایی، فلز منیزیم به صورت مذاب به همراه گاز کلر که گازی زرد رنگ با خاصیت گندزدایی است، تولید می شود.
- (۴) ابتدا دومین کاتیون فراوان آب دریا یعنی یون منیزیم را با یون هیدروکسید که آنیونی دو اتمی و دارای پیوند اشتراکی است، با هم واکنش می دهند؛ طی این واکنش نمک جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می کند.



۱۰۰- چند لیتر محلول ۱۰ مولار منیزیم نیترات، باید با ۲/۵ لیتر محلول ۴ مولار آن مخلوط شود تا پس از رقیق شدن تا حجم ۲۰ لیتر، به محلول ۲/۵ مولار این نمک تبدیل شود؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مسئله - ۱۰۰۳)

با توجه به رابطه $\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \text{مولار}$ ، برای به دست آوردن مول حل شونده، باید حجم محلول را در غلظت مولار آن ضرب کنیم. پس اگر حجم محلول اولیه x لیتر باشد، مول حل شونده در آن برابر با $10x$ است:

$$10x = \text{مول حل شونده} \rightarrow \text{حجم محلول} \times \text{مولار} = \text{مول حل شونده}$$

بنابراین مول حل شونده در محلولی که به محلول اولیه اضافه می شود نیز، برابر با $10 \times 4 \times \frac{2}{5} = 10$ است. پس می توان گفت پس از مخلوط کردن دو محلول، مجموع مول حل شونده برابر با $10x + 10$ است. این محلول تا حجم ۲۰ لیتر رقیق شده است. به هنگام رقیق شدن، مول حل شونده ثابت می ماند و با افزودن آب، فقط غلظت محلول کاسته می شود. پس مول حل شونده در محلول نهایی برابر با $50 = 20 \times \frac{2}{5}$ است. بنابراین می توان نوشت:

$$10x + 10 = 50 \rightarrow x = 4L$$

پس حجم محلول اولیه برابر با ۴ لیتر بوده است.





پایه یازدهم (بخش انتخابی)

۱۰۱- مولکول‌های موجود در یک نمونه از عامل ایجادکننده بو و طعم آناناس، مجموعاً شامل $10^{24} \times 1/204$ اتم در ساختار خود می‌شوند. برای تجزیه این ترکیب به اسید و الکل سازنده آن، به چند گرم آب نیاز است؟

($O = 16, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)

۷/۲ (۴)

۵/۴ (۳)

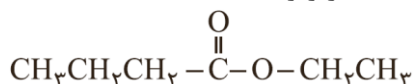
۳/۶ (۲)

۱/۸ (۱)

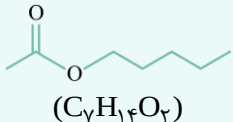
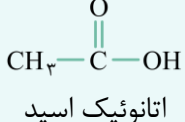
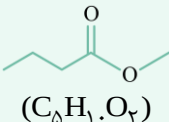
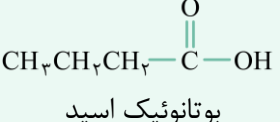
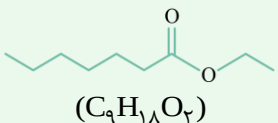
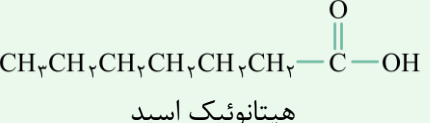
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

عامل ایجادکننده بو و طعم آناناس، اتیل بوتانوات با ساختار زیر است:



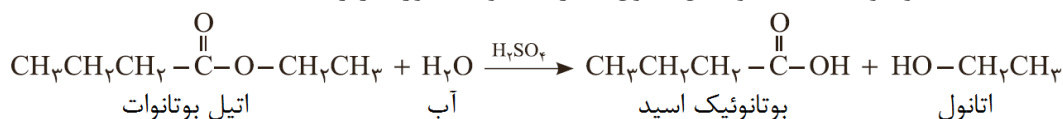
جدول زیر، نام استرهای موجود در میوه‌های مختلف و نام اسید و الکل سازنده هر استر را نشان می‌دهد:

نام گل یا میوه	نام استر	ساختار استر سازنده	ساختار الکل سازنده	ساختار کربوکسیلیک اسید سازنده
موز	پنتیل اتانوات	 ($C_7H_{14}O_2$)	$CH_3-(CH_2)_4-OH$ ۱ - پنتانول	 اتانویک اسید
سیب	متیل بوتانوات	 ($C_5H_{10}O_2$)	CH_3-OH متانول	 بوتانویک اسید
انگور	اتیل هپتانوات	 ($C_9H_{18}O_2$)	CH_3CH_2-OH اتانول	 هپتانویک اسید

فرمول شیمیایی اتیل بوتانوات به صورت $C_6H_{12}O_2$ بوده و در هر مولکول آن ۲۰ اتم وجود دارد. با توجه به شمار اتم‌های موجود در هر مولکول اتیل بوتانوات، شمار مول‌های این ماده را محاسبه می‌کنیم.

$$? mol C_6H_{12}O_2 = 1/204 \times 10^{24} \text{ اتم} \times \frac{1 \text{ مولکول } C_6H_{12}O_2}{20 \text{ اتم}} \times \frac{1 mol C_6H_{12}O_2}{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول } C_6H_{12}O_2} = 0.1 mol$$

واکنش تجزیه این ماده به اسید(بوتانویک اسید) و الکل(اتانول) سازنده خود به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، برای تجزیه کامل ۰/۱ مول اتیل بوتانوات، به ۰/۱ مول آب (معادل با ۱/۸ گرم آب) نیاز داریم.

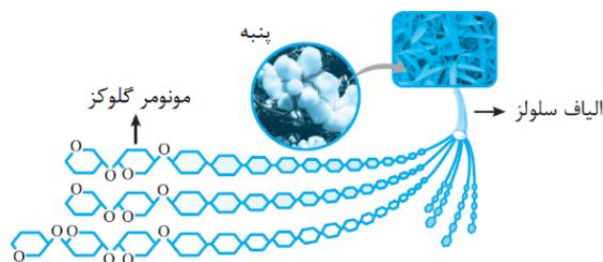


۱۰۲- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) پارچه خام به کمک عمل ریسندگی بر روی نخ تولید شده و پس از فراوری، به پارچه قابل استفاده تبدیل می‌شود.
- ۲) پنتیل اتانوات، عامل ایجاد کننده بو و طعم موز بوده و در هر مولکول از آن، ۶ پیوند اشتراکی کربن-کربن وجود دارد.
- ۳) پنبه از کنار هم قرار گرفتن الیاف سلولزی ساخته شده و حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از آن تهیه می‌شود.
- ۴) از پلی‌پروپن در تهیه پتو استفاده شده و همانند پلی‌وینیل کلرید، در ساختار آن هر اتم کربن به ۴ اتم دیگر متصل شده است.

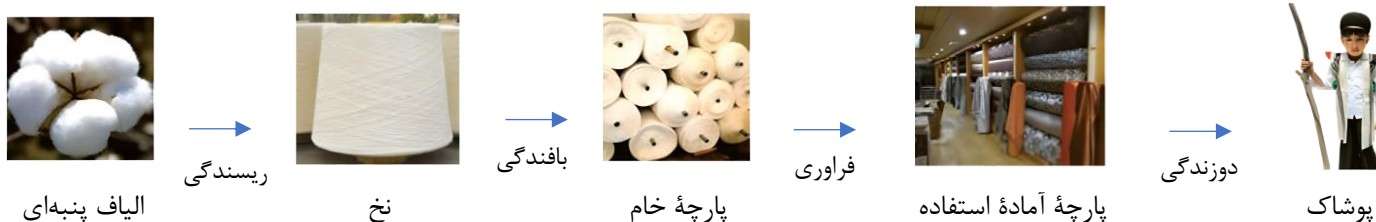


پنبه از کنار هم قرار گرفتن الیاف سلولزی ساخته شده و حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از آن تهیه می‌شود. ساختار الیاف سلولزی موجود در پنبه به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

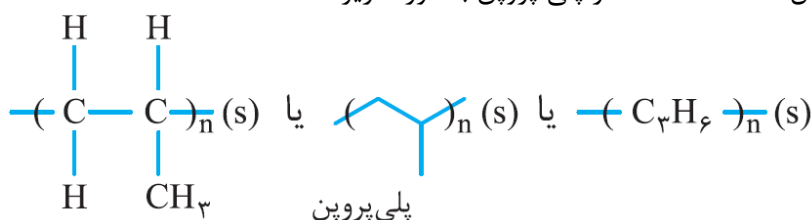
تصویر زیر، مراحل تولید پارچه را نشان می‌دهد:



پارچه‌های خام به کمک عمل بافندگی بر روی نخ تولید شده و پس از فراوری، به پارچه آماده استفاده تبدیل می‌شود. در عمل ریسندگی، الیاف پنبه‌ای به نخ مورد نیاز برای تولید انواع پارچه تبدیل می‌شوند.

پنتیل اتانوات، عامل ایجاد کننده بو و طعم موز است. در هر مولکول از این ترکیب، ۵ پیوند اشتراکی کربن-کربن وجود دارد.

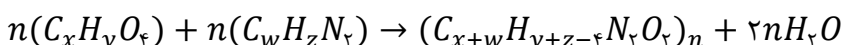
از پلی پروپن در تهیه پلاستیک مورد نیاز برای ساختن سرنگ‌ها استفاده می‌شود. در ساختار این پلیمر، همانند پلی وینیل کلرید، هر اتم کربن به ۴ اتم دیگر متصل شده است. ساختار پلی پروپن به صورت زیر است:



۱۰۳- فرمول شیمیایی پلی آمیدی که از واکنش میان ساده‌ترین عضو خانواده دی‌آمین‌ها و ساده‌ترین عضو خانواده دی‌اسیدها به دست می‌آید، به چه صورت است؟



فرمول کلی دی‌آمین‌ها به صورت $\text{H}_2\text{N} - \text{R} - \text{NH}_2$ و فرمول کلی دی‌اسیدها به صورت $\text{HOOC} - \text{R} - \text{COOH}$ است. معادله کلی تولید یک پلی آمید از یک دی‌اسید با فرمول شیمیایی $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_4$ و یک دی‌آمین با فرمول شیمیایی $\text{C}_w\text{H}_z\text{N}_2$ به صورت زیر است:

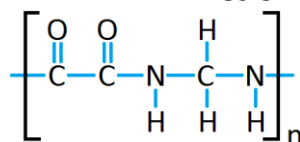


از آنجا که در واکنش تولید پلی آمیدها علاوه بر مولکول‌های پلیمر، مولکول‌های آب نیز تولید می‌شود، جرم پلیمر حاصل از این فرایند کمتر از مجموع جرم مونومرهای مصرف شده در آن خواهد بود. تصاویر زیر، ساختار ساده‌ترین اعضای خانواده‌های دی‌آمین‌ها و دی‌اسیدها را نشان می‌دهد:





با توجه به ساختار این مواد، ساختار پلی‌آمید مورد نظر با فرمول $(C_7H_5O_2N)_n$ به صورت زیر می‌شود:



۱۰۴- کدام یک از عبارت‌های داده شده نادرست است؟

- (۱) پلی‌پروپین در شرایط اتاق به حالت جامد بوده و برخلاف مونومر خود، یک هیدروکربن سیرشده محسوب می‌شود.
- (۲) اتانول با فرمول C_2H_5OH ، دومین عضو از خانواده‌ی الکل‌های یک عاملی است و به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
- (۳) مو، پوست بدن، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله پلیمرهای طبیعی هستند که فقط شامل عناصر C ، O و H می‌شوند.
- (۴) از پلی‌استیرن برای تولید ظرف یکبار مصرف استفاده شده و در مولکول آن با n واحد تکرارشونده، $3n$ پیوند دوگانه وجود دارد.

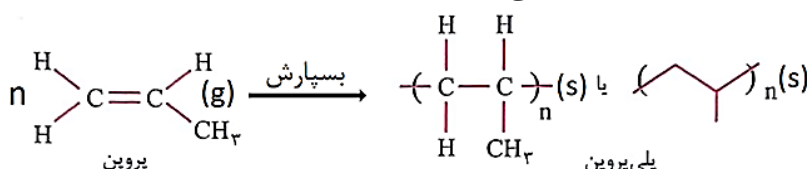
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

مو، ناخن، پوست بدن، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله پلیمرهای طبیعی هستند که از پلی‌آمیدها ساخته شده‌اند. پلی‌آمیدها از جمله پلیمرهای نیتروژن‌دار بوده و شامل عناصر C ، O ، N و H می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

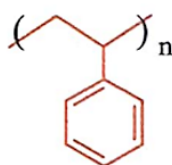
۱- پلی‌پروپین در دما و فشار اتاق به حالت جامد دیده می‌شود. واکنش تولید این ماده به صورت زیر است:



پلیمر تولید شده در این واکنش شیمیایی، برخلاف مونومرهای مصرف شده در آن، یک هیدروکربن سیرشده بوده و فاقد پیوند دوگانه در ساختار خود است.

۲- اتانول با فرمول شیمیایی C_2H_5OH ، دومین عضو از خانواده‌ی الکل‌های یک عاملی است. با توجه به برقراری پیوند هیدروژنی قوی بین مولکول‌های اتانول و آب، این ماده به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

۳- از پلی‌استیرن برای تولید ظروف یکبار مصرف استفاده می‌شود. فرمول ساختاری این پلیمر به صورت زیر است:



از آنجا که در واحد تکرارشونده این پلیمر ۳ پیوند اشتراکی دوگانه وجود دارد، می‌توان گفت در هر مولکول پلی‌استیرن با n واحد تکرارشونده، $3n$ پیوند دوگانه وجود دارد.



۱۰۵- اگر فراورده‌های حاصل از سوختن کامل ساده‌ترین عضو خانواده‌ی آمین‌ها معادل با بخار آب و گازهای نیتروژن و کربن دی‌اکسید باشند، در فرایند سوختن کامل ۹۳ گرم متیل آمین، چند لیتر گاز اکسیژن با چگالی 0.8 گرم بر لیتر مصرف می‌شود؟

$(O = 16, N = 14, C = 12, H = 1 : g.mol^{-1})$

۳۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۷۰ (۲)

۹۰ (۱)

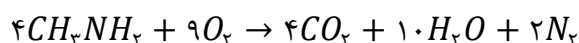
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

آمین‌ها گروهی از ترکیب‌های آلی نیتروژن‌دار هستند که از جایگزین شدن یک، دو و یا سه مورد از اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آمونیاک (NH_3) با زنجیره‌های هیدروکربنی حاصل می‌شوند. در ساختار آمین‌ها اتم‌های H ، C و N وجود دارد. وجود اتم N در ساختار آمین‌ها، خواص شیمیایی و فیزیکی منحصر به فردی به آن‌ها داده است. متیل آمین با فرمول شیمیایی CH_3NH_2 ، ساده‌ترین عضو خانواده



آمین‌ها است که از جایگزین شدن یکی از اتم‌های H آمونیاک با گروه $-CH_3$ به دست می‌آید. این ترکیب به همراه برخی از آمین‌های دیگر، بوی ماهی را ایجاد می‌کند. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، حجم گاز اکسیژن مصرف شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? L O_2 = 93 g CH_3NH_2 \times \frac{1 \text{ mol } CH_3NH_2}{31 g CH_3NH_2} \times \frac{9 \text{ mol } O_2}{4 \text{ mol } CH_3NH_2} \times \frac{32 g O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{1 L O_2}{0.18 g O_2} = 270 L$$



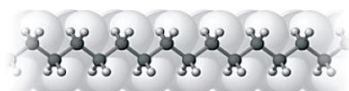
۱۰۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) پلی‌اتن سنگین ظاهری کدر داشته و برخی از اتم‌های کربن آن، فقط به یک اتم H توسط پیوند اشتراکی متصل شده‌اند.
- ۲) پلی‌لاکتیک اسید، نوعی پلیمر زیست تخریب پذیر است که به کمک فراورده‌های کشاورزی مانند ذرت و نیلشکر تهیه می‌شود.
- ۳) مولکول‌های ویتامین (دی) از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند و همانند ۱-دکانول، نامحلول در آب هستند.
- ۴) همه عناصر موجود در ساختار پلی‌استرها، در ساختار مولکول‌های سازنده ویتامین کا نیز حضور دارند.

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

تصویر زیر، ساختار پلی‌اتن سنگین (پلی‌اتن بدون شاخه) را نشان می‌دهد:



این نوع از پلی‌اتن، ظاهری کدر داشته و همان‌طور که مشخص است، همه اتم‌های کربن موجود در ساختار آن به دو اتم هیدروژن توسط پیوند اشتراکی متصل شده‌اند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) پلی‌لاکتیک اسید، نوعی پلیمر زیست تخریب پذیر بوده و در طبیعت به مولکول‌های ساده‌تر تجزیه می‌شود. این پلیمر طبیعی، با استفاده از فراورده‌های کشاورزی مانند ذرت و نیلشکر تهیه می‌شود.

۳) مولکول‌های ویتامین (دی) از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند. از آنجا که در مولکول‌های سازنده این ویتامین، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه دارند، ویتامین (دی) نامحلول در آب است. الکلی با نام ۱-دکانول نیز یک ترکیب سیر شده و ۱۰ کربنه بوده و نامحلول در آب است.

۴) عناصر کربن، اکسیژن و هیدروژن در ساختار انواع پلی‌استرها وجود دارند. ویتامین (کا) نیز یک ویتامین نامحلول در آب با فرمول شیمیایی $C_{31}H_{46}O_2$ است که در ساختار آن عناصر کربن، اکسیژن و هیدروژن حضور دارند.



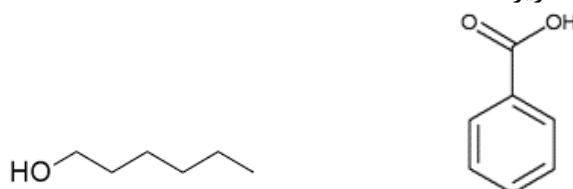
۱۰۷- کدام مطلب در رابطه با بنزوئیک اسید و ۱-هگزانول، درست است؟

- ۱) در ساختار هر دو، یک اتم هیدروژن متصل به اکسیژن وجود دارد.
- ۲) شمار اتم‌های کربن سازنده مولکول این دو ترکیب آلی با هم برابر است.
- ۳) هر دو مولکول در میدان الکتریکی جهت گیری کرده و انحلال پذیری آن‌ها در آب زیاد است.
- ۴) در ساختار مولکولی این دو ماده، اتم کربنی وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نشده است.

(آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

ساختار بنزوئیک اسید و ۱-هگزانول به صورت زیر است:





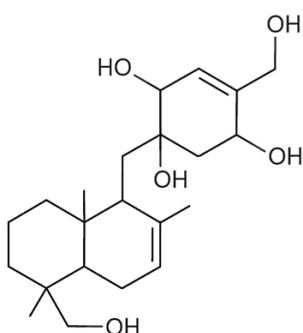
یکی از این مواد دارای گروه هیدروکسیل بوده و یکی دارای گروه عاملی کربوکسیل است. همانطور که مشخص است، در ساختار هر دو ماده، یکی از اتم‌های هیدروژن به اتم اکسیژن با پیوند کووالانسی (اشتراکی) متصل شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ در ساختار بنزوئیک اسید، ۷ اتم کربن و در ساختار ۱-هگزanol، ۶ اتم کربن وجود دارد.

۳ هردو مولکول، در ساختار خود بخش‌های قطبی و ناقطبی دارند اما در هر دو این مولکول‌ها، به ویژه مولکول هگزanol، بخش ناقطبی بر بخش قطبی غلبه داشته و به همین دلیل، این مواد انحلال‌پذیری بالایی در آب ندارند.

۴ در ساختار بنزوئیک اسید، دو اتم کربن وجود دارند که به هیچ هیدروژنی متصل نیستند؛ اما در ساختار الکل‌ها هیچ اتم کربنی با چنین ویژگی یافت نمی‌شود.



۴ (۴)

۱۰۸- با توجه به ساختار مولکول مقابل، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف - چهار اتم کربن در آن، تنها به اتم‌های کربن متصل شده‌اند.

ب - بیشتر از ۲۵٪ اتم‌های کربن، با اتم‌های اکسیژن پیوند دارند.

ج - شمار گروه‌های CH_3 در آن، ۲ برابر شمار گروه‌های CH_2 است.

د - شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن، ۵ برابر متیل آمین است.

هـ - اگر پیوندهای $C = C$ آن به پیوند یگانه تبدیل شود، جرم مولی آن ۴ واحد افزایش می‌یابد.

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

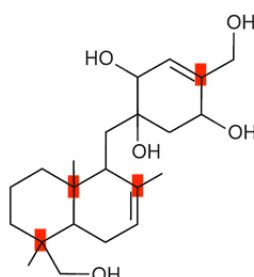
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

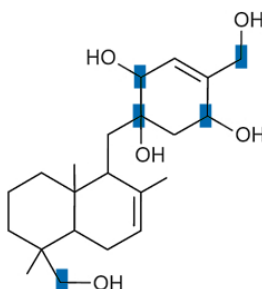
فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{22}H_{36}O_5$ است. در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های (الف) و (ه) درست هستند.

بررسی موارد:

الف هر اتم کربن، در ساختار خود ۴ الکترون ظرفیتی دارد که با استفاده از آن‌ها می‌تواند در تشکیل ۴ پیوند شرکت کند. کربنی که از ۴ الکترون ظرفیتی خود برای اتصال به سایر اتم‌های کربن استفاده کند، نمی‌تواند با سایر اتم‌ها (اکسیژن یا هیدروژن) پیوندی برقرار کند. کربن‌هایی با این شرایط، در شکل زیر با رنگ قرمز مشخص شده‌اند:



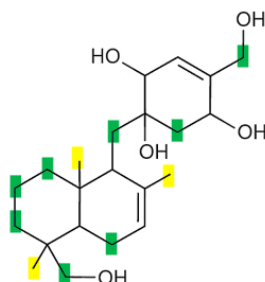
پ اتم‌های کربنی که با اتم اکسیژن پیوند دارند، در شکل زیر با رنگ آبی مشخص شده‌اند:



همان‌طور که مشخص است، تعداد ۵ اتم کربن با اتم‌های اکسیژن پیوند اشتراکی برقرار کرده‌اند که تقریباً معادل $22/7$ درصد شمار اتم‌های کربن ترکیب است ($22/7 \approx \frac{5}{22} \times 100$).



کربنی که با سایر اتم‌های کربن و اتم‌های اکسیژن ۲ پیوند برقرار کند، به صورت گروه CH_2 و کربنی که با سایر اتم‌های کربن و اکسیژن‌ها تنها ۱ پیوند برقرار کند، به صورت گروه CH_3 دیده می‌شود. در تصویر زیر، گروه‌های CH_2 با رنگ سبز و گروه‌های CH_3 با رنگ زرد مشخص شده‌اند:



همان‌طور که مشخص است شمار گروه‌های CH_2 بیش از دو برابر شمار گروه‌های CH_3 است. در ساختار مولکولی ترکیب ذکر شده، ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم‌های اکسیژن قرار دارد. در متیل آمین نیز تنها ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم نیتروژن حضور دارد ($\frac{1}{1} = 10$).

شمارش الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در ترکیبات آلی

در ترکیب‌های آلی، اتم‌های کربن و هیدروژن از همه الکترون‌های ظرفیتی خود برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند. اتم‌های اکسیژن و عناصر هم‌گروه آن مانند گوگرد، ۶ الکترون ظرفیتی دارند که ۲ مورد از آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۴ الکترون به صورت ۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. اتم‌های نیتروژن و عناصر هم‌گروه آن نیز ۵ الکترون ظرفیتی دارند که ۳ مورد از آن‌ها را برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۲ الکترون نیز به صورت ۱ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. هالوژن‌ها نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارند که ۱ الکترون برای تشکیل پیوند استفاده می‌کنند و ۶ الکترون باقی‌مانده به صورت ۳ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم آن‌ها قرار می‌گیرد. با توجه به نکات گفته شده، برای شمارش جفت الکترون پیوندی (تعداد پیوند) و جفت الکترون‌های ناپیوندی در ترکیب‌های آلی، از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(1 \times \text{اتم‌های هالوژن}) + (3 \times \text{اتم‌های نیتروژن}) + (2 \times \text{اتم‌های اکسیژن}) + (1 \times \text{اتم‌های هیدروژن}) + (4 \times \text{اتم‌های کربن})}{2}$$

$$(3 \times \text{اتم‌های هالوژن}) + (1 \times \text{اتم‌های نیتروژن}) + (2 \times \text{اتم‌های اکسیژن}) = \text{تعداد جفت الکترون ناپیوندی}$$

با تبدیل هر پیوند $C = C$ به پیوند $C - C$ ، به هر کدام از اتم‌های کربن که در تشکیل پیوند شرکت داشته‌اند، ۱ اتم هیدروژن متصل می‌شود. ترکیب ذکر شده، دو پیوند دوگانه کربن-کربن دارد، بنابراین با این تغییر ۴ گرم بر مول به جرم مولی آن افزوده می‌شود.



۱۰۹- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با سلولز درست است؟

الف - برخلاف کولار، یک پلیمر زیست تخریب پذیر است.

ب - مونومر سازنده آن، از تجزیه ذرات مالتوز تولید می‌شود.

ج - نوعی پلی استر بوده و در ساختار آن، حلقه‌های شش ضلعی وجود دارد.

د - عناصر موجود در ساختار این پلیمر، در ساختار ذرات پلی لاکتیک اسید نیز یافت می‌شود.

ه - در طول سال‌های اخیر، روند تولید الیاف ساخته شده از این پلیمر، روند افزایشی داشته است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

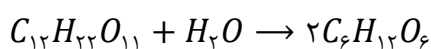
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های (الف)، (ب)، (د) و (ه) درست هستند.

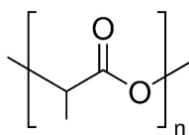
الف) کولار یکی از پلی آمیدهای ساختمانی است. این پلیمر از فولاد هم جرم خود، ۵ برابر مقاوم تر است. از کولار در تهیه تایر اتومبیل، قایق بادبانی، لباس های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه ضدگلوله استفاده می شود. این پلیمر همانند اغلب پلیمرهای ساختمانی زیست تخریب ناپذیر است. سلولز نوعی پلیمر طبیعی و زیست تخریب پذیر است که همانند نشاسته از ذرات گلوکز تولید شده است.

پ) گلوکز که واحد تشکیل دهنده سلولز است، از واکنش مالتوز موجود در جوانه گندم با آب نیز تولید می شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:

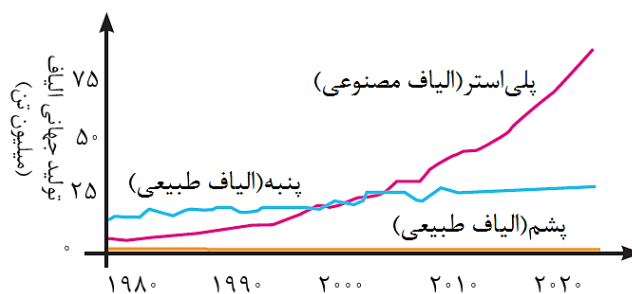


ج) سلولز از اتصال واحدهای شش ضلعی تشکیل شده است که در ساختار این حلقه شش ضلعی، ۵ اتم کربن و ۱ اتم اکسیژن حضور دارد. اتم اکسیژن، حلقه های شش ضلعی گلوکز را به صورت گروه عاملی اتری به یکدیگر متصل می کند و نشاسته که نوعی پلیمر با گروه عاملی اتری است را ایجاد می کند. در ساختار سلولز، واحدهای تکرارشونده توسط گروه اتری به هم متصل شده اند و این پلیمر نوعی پلی استر به حساب نمی آید.

د) در ساختار نشاسته، همانند پلی لاکتیک اسید، عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن حضور دارند. برای تولید پلی لاکتیک اسید به صورت صنعتی، ابتدا نشاسته موجود در فراورده های کشاورزی مانند سیب زمینی، ذرت و نیشکر را به لاکتیک اسید تبدیل می کنند. مولکول های لاکتیک اسید، یک گروه عاملی الکلی و یک گروه عاملی کربوکسیل دارند. از واکنش مولکول های لاکتیک اسید با یکدیگر، پلی استری زیست تخریب پذیر به نام پلی لاکتیک اسید تولید می شود. تصویر زیر ساختار پلی لاکتیک اسید را نمایش می دهد:



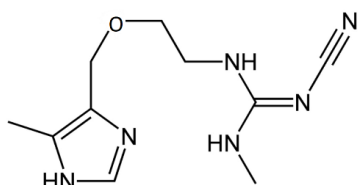
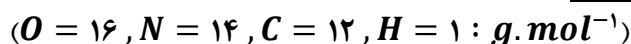
ه) الیاف پنبه از سلولز ساخته شده اند. نمودار زیر روند تولید الیاف پشمی، نخ (پنبه) و پلی استری را در سطح جهان نشان دهد:



همانطور که مشخص است، روند تولید الیاف نخ همانند الیاف پلی استری، در طی سالیان اخیر رو به افزایش بوده است.



۱۱- درباره ترکیبی که ساختار مولکول آن نشان داده شده، کدام مطلب، نادرست است؟



- این ترکیب می تواند در تهیه پلی آمیدها به کار رود.
- درصد جرمی دو عنصر از عناصر سازنده آن با هم برابر است.
- اختلاف تعداد پیوندهای $C-H$ و $C-N$ در آن، برابر تعداد اتم های نیتروژن است.
- شمار جفت الکترون های ناپیوندی موجود در این مولکول، نصف شمار اتم های هیدروژن است.

فرمول مولکولی ترکیب داده شده به صورت $C_1H_{16}N_6O$ است. تعداد هیدروژن‌های این ترکیب را می‌توان از فرمول زیر محاسبه کرد:

$$H = 2 \times (\text{تعداد کربن}) + 2 - 2 \times (\text{تعداد پیوندهای دوگانه}) - 4 \times (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه}) + (\text{تعداد هالوژن}) - (\text{تعداد نیتروژن})$$

این ترکیب در ساختار مولکولی خود ۸ پیوند $C-N$ و ۱۳ پیوند $C-H$ دارد. اختلاف شمار این پیوندها در مولکول مورد نظر برابر با ۵ است؛ درحالی که تعداد اتم‌های نیتروژن این ترکیب، برابر ۶ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) این ترکیب دارای سه گروه آمینی است و می‌تواند در تولید پلی‌آمیدها به کار رود. برای تولید یک پلی‌آمید، باید یک نمونه از ترکیب مورد نظر را با مقدار کافی از یک دی‌اسید وارد واکنش کنیم.
- ۲) این ترکیب در ساختار مولکولی خود ۱۶ اتم هیدروژن دارد، پس می‌توان گفت جرم هیدروژن موجود در هر مول از آن برابر ۱۶ گرم است. جرم اکسیژن موجود در هر مول از آن نیز برابر ۱۶ گرم است. بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی هیدروژن و اکسیژن در ساختار ترکیب مورد نظر با هم برابر است.
- ۴) این ترکیب دارای ۸ جفت الکترون ناپیوندی (دو جفت بر روی اتم اکسیژن و ۶ جفت بر روی اتم‌های نیتروژن) است. در ساختار این مولکول ۱۶ اتم هیدروژن وجود دارد.



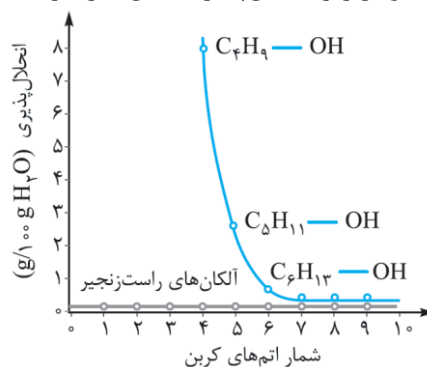
۱۱۱- همه عبارت‌های زیر درست‌اند، به جز

- ۱) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی الکل‌ها، میزان انحلال‌پذیری این مواد در آب کاهش و نقطه جوش آن‌ها افزایش می‌یابد.
- ۲) تمام فراورده‌های تجزیه مواد زیست تخریب‌پذیر، در ساختار مولکولی خود شامل دومین عنصر فراوان زمین هستند.
- ۳) در مولکول‌هایی از پلی‌وینیل کلرید و پلی‌سیانواتن با شمار واحدهای تکرارشونده برابر، تعداد اتم‌های هیدروژن برابر است.
- ۴) سرعت تجزیه یک نمونه از کولار در طبیعت از سرعت تجزیه پلی‌لاکتیک اسید در طبیعت کمتر خواهد بود.

دومین عنصر فراوان زمین اکسیژن است، اما برخی از فراورده‌های حاصل از تجزیه مواد زیست تخریب‌پذیر مانند متان، دارای اکسیژن نیستند. توجه داریم که مواد زیست تخریب‌پذیر، در طبیعت به مولکول‌های ساده و کوچک مانند کربن دی‌اکسید، متان، آب و ... تبدیل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، جرم مولی و ویژگی ناقطبی الکل‌ها افزایش می‌یابد؛ در نتیجه نقطه جوش این مواد افزایش و انحلال‌پذیری آن‌ها در آب کاهش می‌یابد. نمودار زیر انحلال‌پذیری الکل‌ها را در مقایسه با هیدروکربن‌ها در آب نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار بالا می‌توان گفت که:

- ۱) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در الکل‌ها، انحلال‌پذیری آن‌ها کاسته می‌شود.
- ۲) سه الکل سبک‌تر یعنی متانول، اتانول و پروپانول به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.
- ۳) انحلال‌پذیری هپتانول و الکل‌های سنگین‌تر، تنها اندکی از انحلال‌پذیری آلکان‌های راست زنجیر هم‌کربن با آن‌ها بیشتر است.



۳ تعداد اتم‌های هیدروژن در واحد تکرارشونده این دو پلیمر یکسان بوده و در نتیجه در مولکول‌هایی از آن‌ها با شمار واحدهای تکرارشونده برابر، تعداد اتم‌های هیدروژن نیز یکسان است.

۴ کولار یک پلی‌آمید است که تجزیه آن در طبیعت به کندی انجام می‌شود؛ در حالی که پلی‌لاکتیک اسید یک پلیمر زیست تخریب پذیر است که به راحتی در طبیعت تجزیه می‌شود.

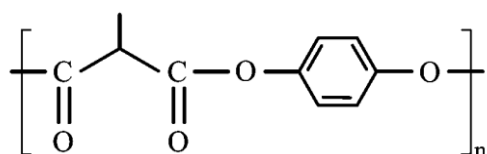
پلیمرهای سبز

پلیمرهای سبز، انواعی از پلیمرهای مصنوعی هستند که آن‌ها را با استفاده از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر (فراورده‌هایی که در ساختار آن‌ها نشاسته وجود دارد) تهیه می‌کنند. برای تولید پلیمرهای سبز، نخست نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و پس از آن، با انجام واکنش پلیمری شدن بر روی لاکتیک اسید، در شرایط مناسب پلی‌لاکتیک اسید را تولید می‌کنند. با استفاده از پلی‌لاکتیک اسید، انواع ظرف‌های پلاستیکی یکبار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله و کیسه پلاستیکی تولید می‌شود. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند و به همین دلیل، ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.



۱۱۲- در یک ظرف آب در دمای معین، ۳۸/۴ گرم از پلیمر با ساختار زیر را قرار می‌دهیم. اگر در هر چهار دقیقه، ۱۲ درصد از مقدار اولیه پلیمر به مونومرهای سازنده‌اش تجزیه شود، بعد از گذشت دو ساعت به تقریب چند گرم دی‌اسید تولید شده و در دی‌الکل تولید شده در مجموع در حدود چند اتم H وجود دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

($O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱ : g.mol^{-1}$)



$$۲/۱ \times ۱۰^{۲۳} - ۵/۸ \quad (۱)$$

$$۲/۱ \times ۱۰^{۲۳} - ۸/۵ \quad (۲)$$

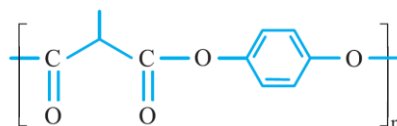
$$۲/۶ \times ۱۰^{۲۳} - ۵/۸ \quad (۳)$$

$$۲/۶ \times ۱۰^{۲۳} - ۸/۵ \quad (۴)$$

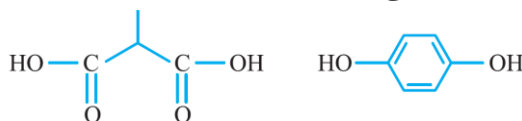
(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

ساختار پلیمر داده شده به صورت زیر است:



فرمول ساختاری فراورده‌های حاصل از واکنش آبکافت پلی‌استر داده شده به صورت زیر است:



ابتدا جرم مولی پلی‌استر $(C_{11}H_{18}O_4)_n$ و دی‌اسید حاصل از آبکافت آن یعنی $C_4H_8O_4$ را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی پلی‌استر} = n[۱۰(۱۲) + ۸(۱) + ۴(۱۶)] = ۱۹۲n \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی دی‌اسید} = [۴(۱۶) + ۴(۱۲) + ۶(۱)] = ۱۱۸ \text{ g.mol}^{-1}$$

مطابق صورت سؤال، هر ۴۰ دقیقه، ۱۲ درصد مقدار اولیه پلیمر تجزیه می‌شود؛ بنابراین بعد از گذشت ۲ ساعت (یا ۱۲۰ دقیقه)، به اندازه

$$۳۶ = ۱۲ \times \frac{۱۲۰}{۴۰} \text{ درصد از آن تجزیه خواهد شد و داریم:}$$

$$\text{دی‌اسید } g = ۸/۵ \approx \text{دی‌اسید } ۸/۴۹۶g = \frac{\text{دی‌اسید } ۱۱۸g}{۱ \text{ mol دی‌اسید}} \times \frac{n \text{ mol پلیمر}}{۱۹۲n \text{ g پلیمر}} \times \frac{۳۶}{۱۰۰} \times \frac{۱ \text{ mol پلیمر}}{۳۸/۴g \text{ پلیمر}} = \text{دی‌اسید } g$$

اما در هر مول دی‌الکل تولید شده، ۶ اتم H وجود دارد؛ بنابراین داریم:

$$\text{اتم } H = ۲/۶ \times ۱۰^{۲۳} \approx \frac{\text{اتم } ۶H}{۱ \text{ mol دی‌الکل}} \times \frac{n \text{ mol دی‌الکل}}{۱۹۲n \text{ g پلیمر}} \times \frac{۳۶}{۱۰۰} \times \frac{۱ \text{ mol پلیمر}}{۳۸/۴g \text{ پلیمر}} = \text{شمار اتم } H$$





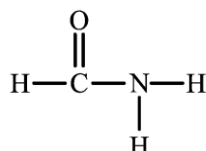
۱۱۳- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد ترکیب‌های آلی و گروه‌های عاملی موجود در آن‌ها نادرست است؟

- (۱) از واکنش ساده‌ترین آمین با متانوئیک اسید، ساده‌ترین ترکیب آمیدی تولید می‌شود.
- (۲) کربوکسیلیک اسیدها نسبت به استرها هم کربن با خود، نقطه جوش بالاتری خواهند داشت.
- (۳) به شرط سیر شده و غیرحلقوی بودن یک آلدهید n کربنه، این ماده نسبت به یک کتون n کربنه همپار می‌شود.
- (۴) ترکیب آلی موجود در دارچین، همانند ترکیب موجود در زردچوبه، قابلیت ایجاد پیوند هیدروژنی با ذرات خود را ندارد.

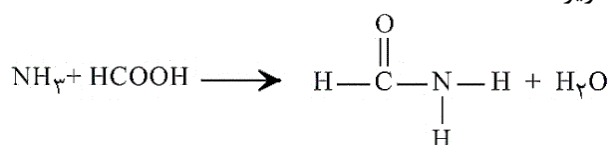
پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۱۰۳)

ساده‌ترین ترکیب آمیدی، از واکنش میان متانوئیک اسید و آمونیاک حاصل می‌شود. ساختار این ترکیب آمیدی به صورت زیر است:



واکنش تولید این ترکیب آمیدی به صورت زیر است:

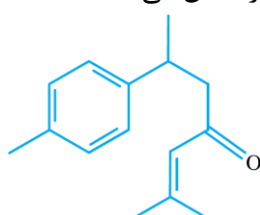


توجه داریم که ساده‌ترین آمین، معادل با متیل آمین بوده که به همراه برخی آمین دیگر عامل بوی بد ماهی است.

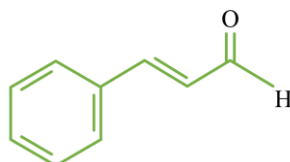
بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) به دلیل وجود هیدروژن متصل به اکسیژن در ساختار کربوکسیلیک اسیدها، این مواد برخلاف استرها توانایی تشکیل قوی‌ترین نیروی بین مولکولی یعنی پیوند هیدروژنی را دارند. چون در کربوکسیلیک اسیدها، برخلاف استرها پیوند هیدروژنی بین ذرات برقرار می‌شود، به شرط وجود تعداد اتم کربن برابر در ساختار این مواد، می‌توان گفت کربوکسیلیک اسیدها نقطه جوش بالاتری نسبت به استرها دارند.
- (۳) به شرط سیر شده و غیرحلقوی بودن مولکول‌ها، فرمول کلی الکل‌ها و اترها به صورت $C_nH_{2n+2}O$ ، آلدهیدها و کتون‌ها به صورت $C_nH_{2n}O$ و استرها و کربوکسیلیک اسیدها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ خواهد بود. چون فرمول شیمیایی کلی کتون‌ها و آلدهیدها مشابه هم است، اگر این دو گروه از مواد تعداد اتم‌های کربن برابری داشته باشند، نسبت به یکدیگر ایزومر به شمار می‌روند.

(۴) تصویر زیر، ساختار ترکیب آلی موجود در زردچوبه را نشان می‌دهد:



تصویر زیر نیز ساختار ترکیب آلی موجود در دارچین را نشان می‌دهد:



در ساختار این دو ماده، گروه‌های عاملی آلدهیدی و کتونی وجود دارد. چون در این دو ماده هیچ اتم هیدروژن متصل به اتم اکسیژنی وجود ندارد، ذرات سازنده این مواد توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را ندارند.



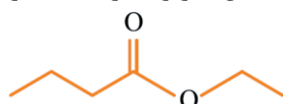


- ۱۱۴- در مورد استری که در ساخت شوینده با بوی آناناس کاربرد دارد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟
- این ماده نسبت به هگزانویک اسید همپار (ایزومر) است.
 - بین ذرات سازنده آن، دو نوع نیروی بین مولکولی وجود دارد.
 - از واکنش ۱- بوتانول با پرکاربردترین کربوکسیلیک اسید به دست می آید.
 - آنتالپی واکنش شیمیایی تولید آن توسط یک نوع ترکیب اسیدی کاهش پیدا می کند.
 - شمار پیوندهای کربن-کربن موجود در ساختار آن با شمار این پیوندها در ۲-متیل پنتان برابر است.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

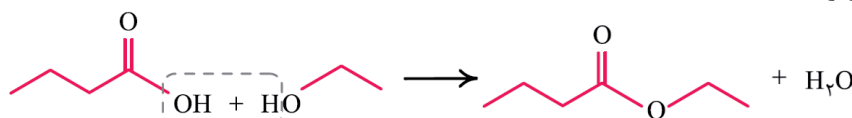
اتیل بوتانات استری است که در ساخت شوینده با بوی آناناس کاربرد دارد. ساختار این ماده به صورت زیر است:



در رابطه با اتیل بوتانات، فقط عبارت اول درست است.

بررسی موارد:

- ✳ هگزانویک اسید نوعی کربوکسیلیک اسید ۶ کربنه است. استرها و کربوکسیلیک اسیدهای هم کربن، به شرط حلقوی نبودن و نداشتن پیوند دوگانه و سه گانه میان اتم های کربن، ایزومر به شمار می روند.
- ✳ برخلاف کربوکسیلیک اسیدها، میان استرها به دلیل نبودن اتم هیدروژن متصل به اتم اکسیژن، پیوند هیدروژنی وجود نداشته و نیروی بین مولکولی آن ها صرفاً شامل نیروهای واندروالسی می شود.
- ✳ اتیل بوتانات، از واکنش اتانول (نوعی الکل تک عاملی حاصل از واکنش اتن با آب) و بوتانویک اسید پدید می آید. معادله واکنش تولید این ترکیب استری به صورت زیر است:



- ✳ سرعت واکنش تشکیل استرها از الکل ها و کربوکسیلیک اسیدها و همچنین آبکافت آن ها به اجزای سازنده، توسط H_2SO_4 افزایش می یابد. در واقع، سولفوریک اسید کاتالیزگر این واکنش شیمیایی است. توجه داریم که به کار بردن کاتالیزورها تأثیری بر آنتالپی واکنش، مقدار نهایی فراورده ها، میزان انرژی واکنش دهنده ها و یا فراورده ها ندارد.
- ✳ در ساختار اتیل بوتانات، ۴ پیوند کربن-کربن وجود دارد در حالی که در ساختار مولکولی ۲-متیل پنتان، ۵ پیوند اشتراکی کربن-کربن یافت می شود.



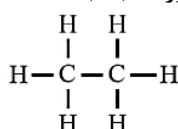
۱۱۵- کدام یک از عبارت های داده شده در رابطه با گاز اتان درست است؟

- (۱) یک نمونه از این ماده در مقایسه با متیل آمین دمای جوش پایین تری دارد.
- (۲) گاز اتان آزاد شده از میوه های رسیده، سبب رسیدن سایر میوه ها می شود.
- (۳) این ماده در آب محلول بوده و در دمای اتاق به حالت گاز دیده می شود.
- (۴) استنشاق مقدار کمی از این ماده، سبب مسمومیت و مرگ انسان می شود.

پاسخ: گزینه ۱

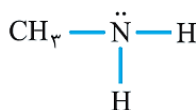
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

اتان، دومین عضو از خانواده آلکان ها است. فرمول شیمیایی این ترکیب هیدروکربنی به صورت C_2H_6 است. ساختار اتان به صورت زیر است:





این ترکیب، از مولکول‌های ناقطبی تشکیل شده و جرم مولی آن برابر با ۳۰ گرم بر مول است. تصویر زیر نیز ساختار متیل آمین را نشان می‌دهد:



این ترکیب از مولکول‌های قطبی تشکیل شده و جرم مولی آن برابر با ۳۱ گرم بر مول است. با توجه به جرم مولی و گشتاور دوقطبی بیشتر متیل آمین در مقایسه با اتان، می‌توان گفت دمای جوش این ماده بیشتر از دمای جوش اتان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) ساده‌ترین عضو خانواده آلکان‌ها، اتان با فرمول شیمیایی C_2H_6 است. این ماده در بیشتر گیاهان وجود دارد. برای مثال، موز و گوجه‌فرنگی رسیده گاز اتان آزاد می‌کنند. گاز اتان آزاد شده از یک موز یا گوجه‌فرنگی رسیده به نوبه خود موجب رسیدن سریع‌تر سایر میوه‌های نارس می‌شود. به همین خاطر، در کشاورزی از گاز اتان به عنوان «عمل‌آورنده» استفاده می‌شود.

۳) اتان در دمای اتاق به حالت گاز (g) دیده می‌شود. گشتاور دوقطبی (μ) مولکول‌های این ماده نزدیک به صفر است و به همین خاطر، گاز اتان همانند سایر هیدروکربن‌ها در آب نامحلول است.

۴) اتان، عضوی از خانواده آلکان‌ها است. با توجه به سیر شده بودن مولکول‌های سازنده آلکان‌ها، این مواد تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی با مواد دیگر ندارند. این ویژگی سبب می‌شود تا میزان سمی بودن آلکان‌ها کمتر شده و استنشاق آن‌ها بر شش‌ها و بدن تأثیر چندانی نداشته باشد. البته، استنشاق آلکان‌ها سبب کاهش مقدار اکسیژن در هوای دم شده و از انتقال گازهای تنفسی در شش‌ها جلوگیری می‌کند و نفس کشیدن دشوار می‌شود. علاوه بر این، اگر میزان بخارهای وارد شده به شش‌ها زیاد باشد، می‌تواند سبب مرگ فرد شود.



۱۱۶- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟



- ۱) گروه عاملی موجود در کولار، مشابه گروه عاملی موجود در مولکول‌های سازنده مو است.
- ۲) نشاسته، پلی‌ساکاریدی با ساختار مارپیچی بوده و از مونومرهای گلوکز ساخته شده است.
- ۳) از واکنش میان مولکول مقابل با دی‌الکل‌ها، می‌توان برای تولید نوعی پلیمر استفاده کرد.
- ۴) پلاستیک‌ها و ظروف ساخته شده از پلی‌لاکتیک اسید، امکان تبدیل شدن به کود را دارند.

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

مولکول نشان داده شده، یک دی‌آمین (آمین دو عاملی) است. به گروهی از ترکیبات آلی که در ساختار آن‌ها دو گروه عاملی آمینی ($-\text{NH}_2$) به اتم‌های کربن متصل شده است، آمین‌های دو عاملی یا دی‌آمین گفته می‌شود. چون گروه عاملی آمینی موجود در این ترکیبات با گروه عاملی الکی (هیدروکسیل) وارد واکنش نمی‌شود، پس از مخلوط دی‌آمین‌ها و دی‌الکل‌ها نمی‌توان برای تولید پلیمرها استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) کولار، یک پلی‌آمید بوده و در ساختار مولکول‌های آن، گروه عاملی آمیدی تکرار شده است. مو نیز از پلی‌آمیدها تشکیل شده است.

پلی آمیدها

پلی آمیدها گروهی از پلیمرهای تراکمی هستند که در ساختار آن‌ها اتم‌های C ، H و O وجود دارد. در این گروه از مواد، گروه عاملی آمیدی به صورت متوالی در طول مولکول‌های سازنده پلیمر تکرار شده و مولکول‌هایی با جرم مولی زیاد را پدید آورده است. مو، ناخن، پوست بدن انسان، شاخ حیوانات و پشم گوسفند، از جمله موادی هستند که پلی آمیدهای طبیعی در ساختار آن‌ها وجود دارد. در نقطه مقابل، پلی آمیدهای ساختگی را در صنایع پتروشیمی از واکنش میان دی‌آمین‌ها و دی‌اسیدها تولید می‌کنند. کولار یکی از معروف‌ترین پلی آمیدهای مصنوعی است. کولار از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر بوده و از آن در تهیه تیر اتومبیل‌ها، قایق بادبانی، لباس‌های مخصوص مسابقه موتورسواری و جلیقه‌های ضدگلوله استفاده می‌شود. پوشاک دوخته شده از کولار سبک و بسیار محکم بوده و در برابر ضربه، خراش و بریدگی مقاوم هستند.



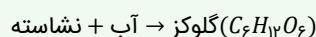
جدول زیر، اطلاعات مربوط به نشاسته را نشان می‌دهد:

نوع ماده	واحد تکرار شونده	ساختار مولکول	جرم مولی	اندازه مولکول	شماره اتم‌های سازنده	نشاسته
پلیمر	دارد	مولکول گلوکز	بسیار زیاد	بسیار بزرگ	بسیار زیاد	نشاسته
پلیمر	دارد	گلوکز	بسیار زیاد	بسیار بزرگ	بسیار زیاد	سلولز

همانطور که می‌دانیم، نشاسته یک پلیمر طبیعی محسوب می‌شود که از اتصال واحدهای گلوکز به هم ساخته شده است؛ پس می‌توان گفت گلوکز مونومر نشاسته است.



هرچند که نشاسته از اتصال مارپیچی مولکول‌های گلوکز به یکدیگر ساخته شده است، اما این ماده در حالت عادی مزه شیرین ندارد. نشاسته در نان و سیب‌زمینی به فراوانی وجود دارد. با جویدن یک قطعه نان در دهان، نشاسته موجود در دهان در تماس با آنزیم‌های گوارشی قرار گرفته و بر اساس معادله زیر به مرور تجزیه می‌شوند:



در واقع گوارش نشاسته، که از دهان آغاز می‌شود، شامل واکنش شیمیایی تجزیه این ماده است که به کمک آنزیم‌های گوارشی تسریع می‌شود. گلوکز تولید شده در این فرایند، باعث ایجاد مزه شیرین در دهان می‌شود. علاوه بر این، شیمی‌دان‌ها دریافته‌اند که مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب می‌توانند به آرامی به مونومرهای سازنده خود (گلوکز) تجزیه شوند.



پلیمرهای سبز، انواعی از پلیمرهای مصنوعی هستند که آن‌ها را با استفاده از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر (فراورده‌هایی که در ساختار آن‌ها نشاسته وجود دارد) تهیه می‌کنند. برای تولید پلیمرهای سبز، نخست نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و پس از آن، با انجام واکنش پلیمری شدن بر روی لاکتیک اسید، در شرایط مناسب پلی لاکتیک اسید را تولید می‌کنند. با استفاده از پلی لاکتیک اسید، انواع ظرف‌های پلاستیکی یکبار مصرف مانند وسایل آشپزخانه، سفره، سطل زباله و کیسه پلاستیکی تولید می‌شود. این پلاستیک‌ها امکان تبدیل شدن به کود را دارند و به همین دلیل، استفاده از آن‌ها ردپای کوچک‌تری در محیط زیست برجای می‌گذارند.



۱۱۷- پلی سیانواتن به علت استحکام بالا در ساخت پارچه‌های کششی استفاده می‌شود. اگر درصد جرمی اتم نیتروژن در یک نمونه از این پارچه برابر ۱۹/۶ درصد باشد، برای تولید ۱۰۰ توپ از این پارچه به جرم ۲۰ کیلوگرم در فرایند پلیمری شدن با بازده ۷۰ درصد چند هزار مول مونومر مصرف می‌شود؟ ($H = 1, C = 12, N = 14: g. mol^{-1}$)

۲۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۴۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

فرمول شیمیایی پلی سیانواتن به صورت $[C_3H_3N]_n$ است.

راه حل مسئله

برای حل این مسئله ابتدا جرم پلیمر موجود در مقدار مورد نظر پارچه را محاسبه می‌کنیم. در نهایت با توجه به برابر بودن جرم مونومر و پلیمر در پلیمرهای افزایشی و بازده درصدی واکنش، مقدار مونومر مصرف شده را به دست می‌آوریم.

ابتدا جرم پلی سیانواتن را برای تولید این مقدار پارچه به دست می‌آوریم:

$$m_{[C_3H_3N]_n} = \frac{20 \text{ kg}}{100} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{19.6 \text{ g N}}{100 \text{ g پارچه}} \times \frac{1 \text{ mol N}}{14 \text{ g N}} \times \frac{1 \text{ mol } [C_3H_3N]_n}{n \text{ mol N}} \times \frac{53n \text{ g } [C_3H_3N]_n}{1 \text{ mol } [C_3H_3N]_n}$$

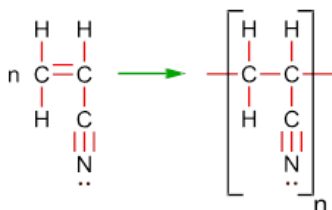
$$= 2000 \times 14 \times 53 \text{ g}$$



این جرم معادل جرم پلی سیانواتن تولیدشده به صورت عملی در واکنش پلیمری شدن است. بر این اساس جرم پلی سیانواتن تولیدشده به صورت نظری را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم فراورده نظری} = \frac{\text{جرم فراورده عملی}}{\text{بازده درصدی}} \times 100 \Rightarrow 70 = \frac{2000 \times 14 \times 53}{x} \times 100 \Rightarrow x = \frac{2000 \times 14 \times 53 \times 100}{70} = 40000 \times 53 \text{ g}$$

معادله بسپارش سیانواتن به صورت زیر است:



در واکنش بسپارش به صورت افزایشی، جرم مونومرهای مصرف شده و پلیمر تولیدشده برابر است. پس جرم پلی سیانواتن معادل جرم سیانواتن مصرف شده برای تولید این مقدار پلیمر می‌باشد. بر این اساس مقدار مونومر به کاررفته در ساخت این جرم از پلی سیانواتن را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } C_3H_3N = 40000 \times 53 \text{ g } C_3H_3N \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_3N}{53 \text{ g } C_3H_3N} = 40000 \text{ mol}$$

پس برای تولید این مقدار پارچه به ۴۰ هزار مول سیانواتن نیاز است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

جرم مولی یک نمونه از مولکول‌های پلی‌اتن، با جرم مولی یک نمونه از مولکول‌های پلی‌پروپن برابر است. در این شرایط، شمار واحدهای تکرارشونده در مولکول‌های پلی‌اتن، چند برابر شمار واحدهای تکرارشونده در مولکول‌های پلی‌پروپن است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

۱) ۰/۶۷ (۲) ۰/۵ (۳) ۲ (۴) ۱/۵

فرمول شیمیایی پلی‌اتن به صورت $(C_2H_4)_n$ و فرمول شیمیایی پلی‌پروپن نیز به صورت $(C_3H_6)_{n'}$ است. با توجه به فرمول شیمیایی این پلیمرها، جرم مولی یک نمونه از پلی‌اتن با n واحد تکرارشونده، برابر با $28 \times n$ و جرم مولی یک نمونه از پلی‌پروپن با n' واحد تکرارشونده برابر با $42 \times n'$ گرم بر مول است. با توجه به جرم مولی هر ترکیب، شمار واحدهای تکرارشونده موجود در آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی پلی‌اتن} = \text{جرم مولی پلی‌پروپن} \Rightarrow 42 \times n' = 28 \times n \Rightarrow \frac{n}{n'} = 1/5$$

پس نسبت خواسته شده برابر ۱/۵ است.

پاسخ: گزینه ۴



۱۱۸- چند مورد از مطالب زیر در مورد پلی‌اتن درست است؟

الف - پلی‌اتن شفاف برخلاف پلی‌اتن کدر هیدروکربن راست‌زنجیر سیر شده است.

ب - درصد جرمی هیدروژن در پلی‌اتن سبک، پلی‌اتن سنگین و پلی‌پروپن برابر است.

ج - پلی‌اتن شاخه‌دار نسبت به پلی‌اتن بدون شاخه هم جرم خود، حجم بیشتری دارد.

د - واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا انجام می‌گردد که منجر به تولید جامد بی‌رنگ می‌شود.

۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پلی‌اتن‌ها، یکی از مهم‌ترین پلیمرهای ساختگی هستند که سالانه میلیون‌ها تن از آن در شرکت‌های پتروشیمیایی تولید می‌شود. این پلیمرها از بسپارش مولکول‌های اتن ساخته می‌شوند و در شرایط گوناگون به دو دسته سبک و سنگین تقسیم‌بندی می‌شوند. شکل زیر ساختار پلی‌اتن شاخه‌دار (سمت راست) و پلی‌اتن بدون شاخه (سمت چپ) را نشان می‌دهد:



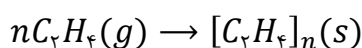
پلی‌اتن سبک و سنگین به دلیل تفاوت در ساختار، خواص فیزیکی متفاوتی دارند. فقط عبارت (ب) و (ج) درست هستند.

الف) پلی اتن شفاف همان پلی اتن شاخه دار و پلی اتن کدر همان پلی اتن بدون شاخه است. پلی اتن بدون شاخه همانطور که از اسم آن برداشت می شود، یک هیدروکربن راست زنجیر است و در ساختار آن هیچ شاخه فرعی دیده نمی شود. در حالی که در ساختار پلی اتن شاخه دار، شاخه های فرعی دیده می شود و این ترکیب راست زنجیر نخواهد بود. هر دو ترکیب یاد شده سیر شده هستند.

پ) فرمول شیمیایی هر دو پلی اتن به صورت $[C_2H_4]_n$ و فرمول شیمیایی پلی پروپین $[C_3H_6]_n$ است. در هر دو ماده شمار اتم های هیدروژن دو برابر شمار اتم های کربن بوده و با توجه به برابر بودن این نسبت در هر ۳ ماده می توان گفت درصد جرمی اتم های هیدروژن و کربن در هر دو ترکیب یکسان است.

ج) پلی اتن شاخه دار همان پلی اتن سبک و پلی اتن بدون شاخه، همان پلی اتن سنگین است. پس پلی اتن شاخه دار نسبت به پلی اتن بدون شاخه، چگالی کمتری داشته و به همین علت در جرم های برابر، حجم بیشتری دارد.

د) واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا و با گرما دادن به گاز اتن انجام می شود که فراورده این واکنش جامدی سفیدرنگ به نام پلی اتن است. معادله این واکنش به صورت زیر است:



۱۱۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد تترافلوئورواتن نادرست هستند؟

الف - تفاوت شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در این ماده برابر ۶ است.

ب - یکی از کاربردهای این هیدروکربن سیر نشده، گاز سردکننده بوده است.

ج - درصد جرمی کربن در این ماده و پلیمر ساخته شده از آن یکسان است.

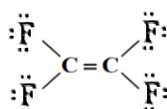
د - حلال مناسب پلیمر تولید شده از آن، حلال های آلی ناقطبی هستند.

۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ج» ۳) «ب» و «د» ۴) «ج» و «د»

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ساختار شیمیایی تترافلوئورواتن به صورت زیر است:



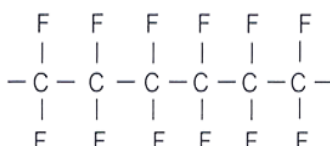
عبارت های (ب) و (د) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف) در ساختار این ماده ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی که بر روی اتم های فلوئور قرار دارند، دیده می شود. همچنین در ساختار این ماده ۶ جفت الکترون پیوندی یا همان پیوند کووالانسی وجود دارد. بنابراین تفاوت این دو مقدار در تترافلوئورواتن برابر ۶ است.

پ) در گذشته از تترافلوئورواتن به عنوان گاز سردکننده استفاده می شده و تحقیقات پلانکت که موجب ساخت اتفاقی تفلون شد، بر روی همین ویژگی C_2F_4 بود. هیدروکربن ها دسته ای از مواد هستند که فقط از اتم های کربن و هیدروژن تشکیل شده اند و تترافلوئورواتن چون این ویژگی را ندارد، در این دسته از مواد قرار نمی گیرد.

ج) ساختار تفلون به صورت زیر است:





درصد جرمی عناصر در پلیمرهای افزایشی که بر اساس پیوند دوگانه $C = C$ موجود در مونومر خود به وجود می‌آیند، برابر درصد جرمی عناصر در مونومر است. زیرا تمام عناصر موجود در مونومر به پلیمر منتقل می‌شوند.

پلیمر ساخته شده از این ماده پلی تترافلوئورواتن یا همان تفلون است که خواص ویژه‌ای دارد. این ماده نقطه ذوب بالایی داشته و نسبت به گرما مقاوم است؛ همچنین در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و ماده‌ای نجسب است.

تفلون

یکی از پلیمرهای ساختگی تفلون است. این پلیمر از بسپارش مونومری به نام تترافلوئورواتن به وجود می‌آید. این پلیمر افزایشی ویژگی‌ها بسیار زیادی داشته که کاربردهای این ماده را وسیع کرده است. این ماده نقطه ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است؛ به گونه‌ای که از آن در ساخت کفی اتو استفاده می‌شود. تفلون از نظر شیمیایی بی‌اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و همچنین این ماده در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نجسب است؛ به همین خاطر بوده که از این پلیمر برای تولید ظروف آشپزخانه استفاده می‌شود. کاربردهای دیگر تفلون، تولید نخ دندان و نوارهای آب‌بندی لوله‌ها است.



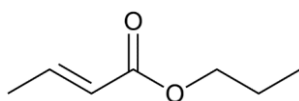
۱۲۰- کدام یک مطالب زیر در رابطه با استری با فرمول فشرده $CH_3(CH)_2COO(CH_2)_2CH_3$ درست هستند؟

- الف - برای رسم ساختار این استر به روش فرمول پیوند-خط، به ۹ خط نیاز است.
 ب - شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار آن با شمار این پیوندها در هر مولکول پنتان برابر است.
 ج - مجموع شمار اتم‌ها در هر مولکول از کربوکسیلیک اسید سازنده این استر برابر با ۱۴ عدد است.
 د - قدرت پیوند هیدروژنی در بین ذرات الکل سازنده این استر، بیشتر از قدرت نیروی واندروالسی در آن است.
 ۱) «الف» و «ج» ۲) «ب» و «د» ۳) «ب» و «ج» ۴) «الف» و «د»

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

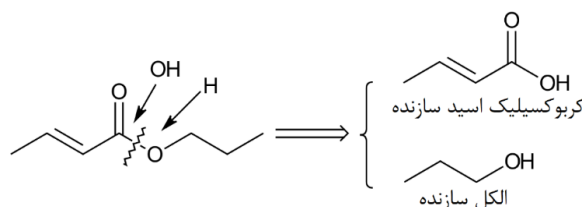
فرمول پیوند-خط استر داده شده به صورت زیر است:



بر این اساس، عبارت‌های (ب) و (د) درست هستند.

بررسی موارد:

- الف) مطابق با ساختار رسم شده برای رسم مولکول با فرمول پیوند-خط به ۱۰ خط نیاز است.
 ب) در هر مولکول از این استر، ۴ پیوند یگانه $C - C$ وجود دارد. پنتان نیز یک آلکان ۵ کربنه است. در آلکان‌هایی با n اتم کربن، شمار پیوندهای $C - C$ برابر با $n - 1$ است. بر این اساس در یک آلکان ۵ کربنه، ۴ پیوند $C - C$ وجود دارد.
 ج) الکل و کربوکسیلیک اسید سازنده استر ذکر شده را در تصویر مشاهده می‌کنیم:



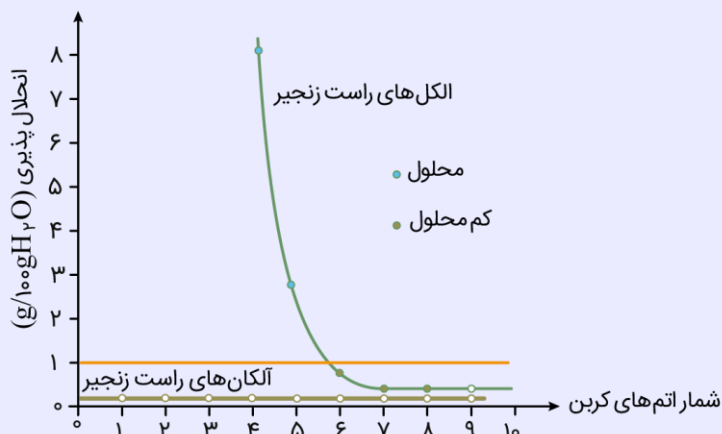
فرمول مولکولی کربوکسیلیک اسید سازنده آن به صورت $C_4H_6O_2$ بوده و در هر مولکول از آن، ۱۲ اتم وجود دارد.

الکل سازنده این استر، سیر شده بوده و دارای سه اتم کربن است. نام این الکل، پروپانول بوده و محلول در آب است. در الکل‌ها تا ۵ اتم کربن، قدرت پیوند هیدروژنی بر جاذبه واندروالسی غالب است.



انحلال پذیری الکل‌ها

بین مولکول‌های الکل، پیوند هیدروژنی و نیروی واندروالس وجود دارد. با افزایش شمار اتم‌های کربن (افزایش زنجیره هیدروکربنی)، نیروی واندروالس بر پیوند هیدروژنی غلبه کرده و خاصیت ناقطبی الکل را افزایش می‌دهد. در الکل‌های کوچک و تا ۵ اتم کربن، بخش قطبی بر ناقطبی غلبه کرده و الکل در آب محلول است.



الکل‌های کوچک و تا ۳ اتم کربن به هر نسبتی در آب حل می‌شوند؛ در نتیجه نمی‌توان محلول سیرشده‌ای از آن‌ها را تهیه کرد.

الکل‌هایی با ۷،۶ و ۸ اتم کربن، جزء مواد کم محلول در آب دسته‌بندی می‌شوند.

انحلال پذیری الکل‌ها در آب به صورت مولکولی است؛ در نتیجه محلول آن‌ها رسانای جریان برق نیست.

مطابق نمودار با افزایش شمار اتم‌های کربن در الکل‌های راست زنجیر، اختلاف انحلال پذیری دو الکل متوالی کاهش می‌یابد.



آرشیو آزمون های الکترونیکی ماز را در دیجی ماز بخوانید!

سال
۱۴۰۴-۱۴۰۳



منو اسکن کن

